

- בגרות ב: מתמטיקה
- מספר יחידות הבגרות: 5 יח"ל
- שם הפרק בבחינה: שאלון שני, 807
- שאלה 5 מתוך 5
- כותבי פתרון הבחינה: מליה מילוא, איתן אביטל, ערן שחר, מורן גבאי, שירי דוברין, צביקה מלכיאלי
- מועד הבחינה: 13/7/17
- שעת הבחינה: 10:00

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$. הוא פרמטר. m

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

ב. (1) מצא את תחום הערכים של m .

(2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ באמצעות m , וקבע את סוגה.

ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעוריה אינם תלויים ב- m .

(1) מצא את שיעורי הנקודה P .

(2) מצא את הערך של m שעבורו הנקודה P היא נקודת מינימום של הפונקציה $f(x)$.

הצב את m שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$. חשב את $\int_1^e g(x) dx$.

שאלה 5

$$f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

m פרמטר

1) $x \neq 0$

כ. המרחב היעדרה :

2) $\frac{1}{x} > 0$

$$\boxed{0 < x}$$

$x > 0$

ק. פ. $f(x)$ - נ"מ - נקודת קיצון.

(1) המרחב של m

$$f'(x) = 0$$

(ערה):

$$f'(x) = 1 + m \cdot x \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 1 - \frac{m}{x} = 0$$

$$x = m$$

אם x הוא נקודת קיצון של $f(x)$ אז $f'(x) = 0$ ויש לו נקודת קיצון שבה $f'(x) = 0$

$$m > 0 //$$

$$x = m$$

$$\Downarrow$$

(2) נקודת קיצון

$$f(m) = m + m \cdot \ln\left(\frac{1}{m}\right)$$

$$\left(m, m + m \cdot \ln\left(\frac{1}{m}\right) \right) //$$

נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$ היא:

$$f'(x) = 1 - \frac{m}{x}$$

$$f''(x) = -m \cdot -\frac{1}{x^2} = \frac{m}{x^2}$$

כי $x > 0$ ו- $m > 0$ כל הפונקציה חיובית

ולכן נקודת הקיצון היא **Min** //

ע. פ. א. $f(x)$ ואינה תלויה ב- m .

$$f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right) \quad (1)$$

א. נחפש נקודות קיצון של $f(x)$ תלויה ב- m

$$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = 0 \quad \text{צדדים :}$$

$$\frac{1}{x} = 1$$

$$x = 1$$

↓

$$f(1) = 1 + m \cdot \ln(1) = 1$$

$P(x, y)$ // נקודות

$x = m$ נקודות המינימום וקיצון (2)

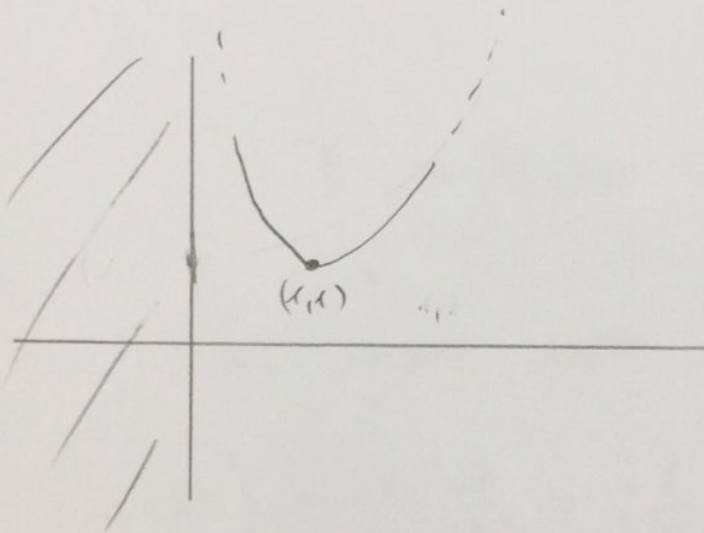
אם $m = 1$ נקודות

המינימום. // נקודות

$$m = 1$$

$$f(x) = x + \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

2. מצא את הנקודה



הנקודה היא (1, 1) מינימום

\cup $x < b$ $f(x)$ \Leftarrow $x > b$ $0 < f''(x)$

עבור $x < 1$: $f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$

עבור $x > 1$

ה). $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$

$$\int_1^e g(x) dx = \int_1^e \left(\frac{x + \ln\left(\frac{1}{x}\right) - x}{x} \right) dx =$$

$$= - \int_1^e \frac{1}{x} \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

פונקציית הכיפוף של הפונקציה היא:

$$\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right) \right)' = x \cdot \frac{-1}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

(הצגה נכונה)
אמיני.

$$= - \left[\frac{\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2}{2} \right]_1^e =$$

$$= - \left(\frac{\left(\ln\left(\frac{1}{e}\right) \right)^2}{2} \right) + \left(\frac{\left(\ln\left(\frac{1}{1}\right) \right)^2}{2} \right) = - \frac{\left(\ln(e^{-1}) \right)^2}{2} = -\frac{1}{2}$$

//