

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-3a, 0)$ ו- $B(3, 0)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המקיימות $\frac{PA}{PB} = 1$.

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות $\frac{QA}{QB} = 2$ הוא מעגל, והבע באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

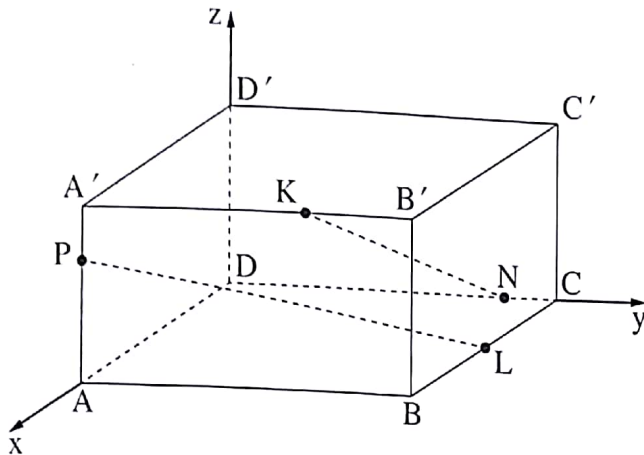
ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגאומטרי הזה.

(2) מצא את a , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

2. בציור שלפניך נתונה התיבה $ABCD A' B' C' D'$. המקצועות DA , DC ו- DD' מונחים על הצירים x , y ו- z בהתאמה, כמתואר בציור.



נתון: $AA' = 3$, $DA = 4$.

נסמן: $AB = a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות K , L , N , P נמצאות על

מקצועות התיבה AA' , DC , BC ו- $A'B'$ בהתאמה,

כך שמתקיים: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$

L היא אמצע המקצוע BC ,

$$\vec{A'K} = \frac{4}{5} \vec{DN}$$

א. מצא את משוואת המישור PNK .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר NK ושל הישר PL . אם צריך, הבע באמצעות a .

(2) הסבר מדוע הישרים NK ו- PL הם ישרים מצטלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של a $\angle PC'C = 82.1^\circ$? בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים a שעבורו $\angle PC'C = 90^\circ$? נמק.

3. z_1 ו- z_2 הם שני מספרים מרוכבים המקיימים: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$.

א. הוכח כי תוצאת המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות r .

הנקודות A , B ו- C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים z_1 , z_2 ו- z_3 .

נתון: הנקודות A , B ו- C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר $y = x$.

ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

$$\text{נתון: } z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות C ו- D (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע $BDAC$ עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$. $m > 0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות m .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות $f(x)$ עבור $m = 1$ ועבור $m = 2$ (ידוע ששני הגרפים

חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי m הנתונים.

הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) הבע באמצעות m את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.

עבור כל m , נסמן את השטח המתואר בתת-סעיף ג(1) ב- S_m (S_1 הוא השטח עבור $m = 1$).

(2) הראה שלכל m מתקיים: $S_m = \frac{S_1}{m}$.

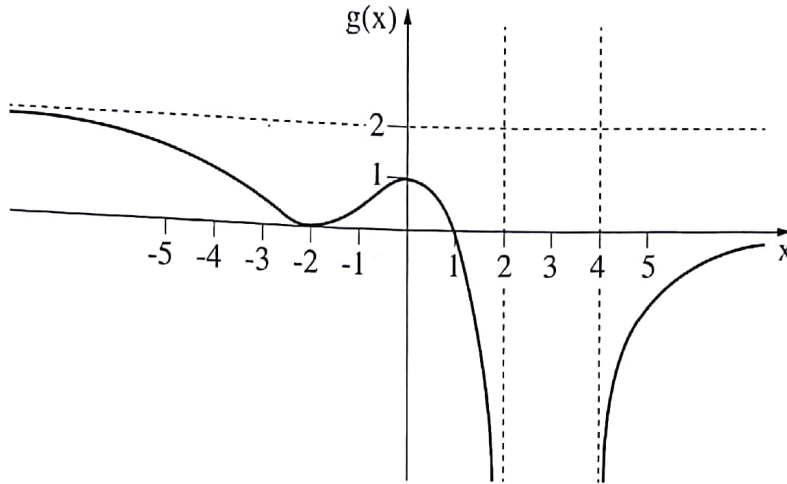
5. נתון: $f(x)$ היא פונקציה רציפה וגזירה לכל x . נסמן $g(x) = \ln(f(x))$.

הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל $x > 4$ ולכל $x < 2$, ורק שם.

בתחום $2 \leq x \leq 4$, $f'(x) = 0$ רק עבור $x = 3$.

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מתאפסת רק בנקודות שבהן $x = 1$ ו- $x = -2$.



א. מצא את $f(-2)$, $f(0)$ ו- $f(1)$.

ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$? נמק.

ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם כל אחד מן הצירים? נמק.

ד. לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.

ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. הסבר מדוע: $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך