

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: חורף תשע"ו, 2016  
מספר השאלון: 316,035806  
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |           |   |                            |   |      |   |            |
|-----------|---|----------------------------|---|------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות            | — | 20×2 | — | 40 נקודות  |
| פרק שני   | — | גאומטריה וטריגונומטריה     |   |      |   |            |
|           | — | במישור                     |   | 20×1 | — | 20 נקודות  |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | 20×2 | — | 40 נקודות  |
|           | — | סה"כ                       |   |      | — | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רוכב אופניים ורוכב אופנוע יצאו באותו רגע זה לקראת זה משני יישובים שונים.

הם נפגשו כעבור 3 שעות.

רוכב האופנוע עובר  $\frac{2}{3}$  מהדרך שבין שני היישובים ב- 1.25 שעות פחות מהזמן שרוכב

האופניים עובר  $\frac{1}{4}$  מהדרך שבין שני היישובים.

מהירויות הרוכבים אינן משתנות.

א. מצא פי כמה המהירות של רוכב האופנוע גדולה מן המהירות של רוכב האופניים.

ב. מצא בכמה שעות עובר רוכב האופנוע את כל הדרך שבין שני היישובים.

2. נתונה סדרה הנדסית עולה:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ההפרש בין האיבר הרביעי בסדרה לאיבר השלישי גדול פי 4

מההפרש בין האיבר השני לאיבר הראשון.

האיבר השישי בסדרה גדול ב- 31 מהאיבר הראשון.

א. מצא את מנת הסדרה, ואת האיבר הראשון בסדרה.

ב. מהסדרה הנתונה בנו שתי סדרות חדשות, I ו-II:

$$I. a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots, a_n \cdot a_{n+1}, a_{n+1} \cdot a_{n+2}$$

$$II. \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_4}{a_3}, \frac{a_4}{a_3} + \frac{a_5}{a_4}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$$

(1) האם כל אחת מהסדרות החדשות היא סדרה הנדסית עולה? נמק.

הסכום של כל האיברים בסדרה I הוא 2730.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה I.

(3) מצא את הסכום של כל האיברים בסדרה II.

3. במכונת מזל אפשר לזכות ב- 50 שקל, ב- 100 שקל או לא לזכות כלל.

דן משחק 5 משחקים במכונה זו.

ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעמיים שווה להסתברות

שהוא יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעם אחת.

(ההסתברות לזכות ב- 50 שקל שונה מאפס.)

ההסתברות שדן לא יזכה באף משחק היא  $\frac{1}{32}$ .

א. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד?

ב. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 100 שקל במשחק בודד?

ג. ידוע כי לאחר שדן שיחק שני משחקים הוא זכה סך הכול ב- 100 שקל בדיוק.

מהי ההסתברות שהוא לא זכה ב- 50 שקל באף אחד משני המשחקים?

**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (נקודות: 20)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמהברתך.

4. בריבוע ABCD הנקודה E

נמצאת על הצלע AD (ראה ציור).

מעגל העובר דרך הנקודות E, D ו-C

חותך את האלכסון BD בנקודה M,

ואת הצלע BC בנקודה N.

הנקודה M נמצאת בין הקדקוד B

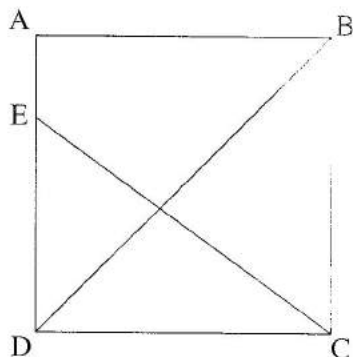
ובין נקודת החיתוך של BD עם CE.

א. הוכח כי  $CD = EN$ .

ב. האם הקטע DM קצר מהקטע CE,

אורך ממנו או שווה לו? נמק.

ג. הוכח כי  $BM \cdot BD = AE \cdot AD$ .



5. במשולש שווה-שוקיים ABC ( $AB = AC$ )

זווית הבסיס היא  $2\alpha$ .

הנקודה E היא מפגש חוציה-זווית במשולש ABC.

המשך CE חותך את הצלע AB בנקודה D

(ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC > 90^\circ$ ,  $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$

א. מצא את  $\alpha$ .

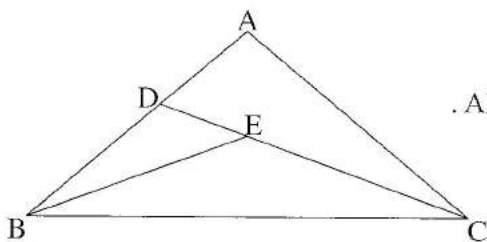
ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC

ובין רדיוס המעגל החסום במשולש ABC.

ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC

ובין רדיוס המעגל החסום במשולש ABC הוא 2 ס"מ.

מצא את אורך הקטע AE.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות**  
(40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = a \cdot \sin^2 x + b \cdot \cos(4x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .  
a ו- b הם פרמטרים.

לפונקציה  $f(x)$  יש קיצון בנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{3}$ .  
נתון כי  $b < 0$ .

א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$   
בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום הנתון.

ד. (1) מצא את הערך של האינטגרל  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f'(x) dx$ .

(2) בתחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ , הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה  $f''(x)$  חותך את

ציר ה- $x$  בנקודה אחת שבה  $x = k$ .

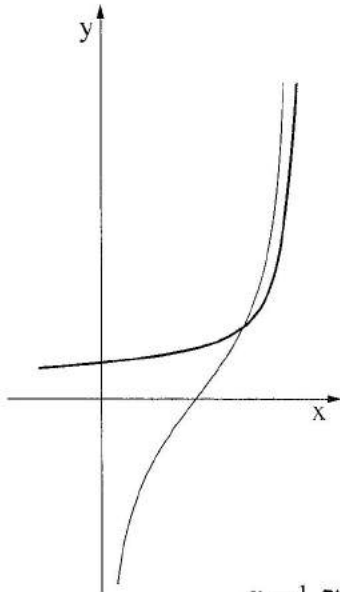
בתחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq k$ , השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f''(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישר  $x = \frac{\pi}{2}$ , שווה ל- $S$ .

הבע באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי הגרף של  $f''(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישר  $x = \frac{2\pi}{3}$  בתחום  $k \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ . נמק.

הערה: אין צורך למצוא את  $f''(x)$ .



7. נתונות הפונקציות:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$

$$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$$

(ראה ציור).

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ,

ואת תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $f(x)$ ,

ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה  $g(x)$ .

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים

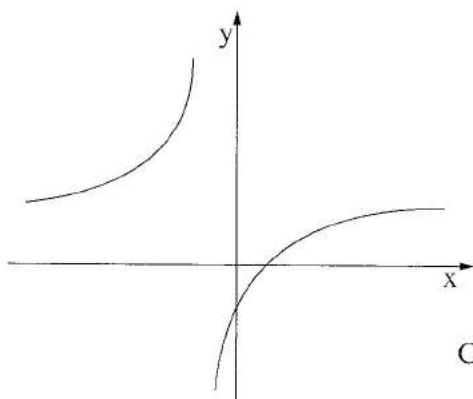
של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$ , על ידי ציר ה-  $x$  ועל ידי הישר  $x = 1$ .

ג. נתונות הפונקציות:  $h(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}} + 2$ ,  $t(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}} + 2$ ,

$S_1$  הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  ועל ידי הישר  $x = 2.5$ .

$S_2$  הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $h(x)$  ו-  $t(x)$  ועל ידי הישר  $x = 2.5$ .

האם השטח  $S_1$  גדול מהשטח  $S_2$ , קטן ממנו או שווה לו? נמק.



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

(ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה,

ואת האסימפטוטות של הפונקציה

המקבילות לצירים.

ב. העבירו ישר המקביל לציר ה־ $x$ .

הישר חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה C

ואת הישר  $y = 2x$  בנקודה D.

נסמן את שיעור ה־ $x$  של הנקודה C ב־ $t$ .

מצא מה צריך להיות הערך של  $t$ , כדי שהאורך של הקטע CD יהיה מינימלי:

(1) עבור  $t > -1$ .

(2) עבור  $t < -1$ .

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע CD עבור כל  $t \neq -1$ .

**בהצלחה!**