



פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה

קיץ 2012 – שאלון 006

פרק ראשון – אלגברה

1.

א. זמן הזרמת המים:

S (מ"ק)	V (מ"ק לשעה)	T (שעה)	
10	V	$\frac{10}{V}$	לפני הפסקה
0	0	$\frac{3}{3}$	הפסקה
20	v + 3	$\frac{20}{v+3}$	אחרי הפסקה
30	V	$\frac{30}{v}$	תכנון מקורי

$$\frac{10}{3} + \frac{10}{v} + \frac{20}{v+3} = \frac{30}{v}$$
$$T = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \text{ שעות} \rightarrow 50 \text{ דקות}$$

ב. תחום השעות:

S (מ"ק)	V (מ"ק לשעה)	T (שעה)	
216	12	18	בריכה שלמה
648	12-15	$54 - 43\frac{3}{5}$	צינור אחד בריכה שלמה
		$26 - 21\frac{3}{5}$	2 צינורות בריכה שלמה



.2

א. נוסחה לסכום n איברים ראשונים:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^2} - \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{(3n-2)^2} - \frac{1}{(3n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(3n+1)^2}$$

ב. הוכחת אינדוקציה:

$$n = 1 : \frac{15}{2 \cdot 4^2} \stackrel{?}{=} - \frac{1}{(3 \cdot 1 + 1)^2}$$

$$\frac{15}{16} = - \frac{1}{16}$$

$$n = k + 1 \text{ (הצבה)}$$

$$\frac{15}{2 \cdot 4^2} + \frac{33}{4^2 \cdot 7^2} + \frac{51}{7^2 \cdot 10^2} + \dots + \frac{18k-3}{(3k-2)^2(3k+1)^2}$$

$$+ \frac{18(k+1)-3}{3(k+1)-2(3(k+1)+1)^2} \stackrel{?}{=} - \frac{1}{(3(k+1)+1)^2}$$

$$- \frac{1}{(3k+1)^2} + \frac{18k+15}{(3k+1)^2(3k+4)^2} \stackrel{?}{=} - \frac{1}{(3k+4)^2} \quad \setminus \cdot (3k+1)^2(3k+4)^2$$

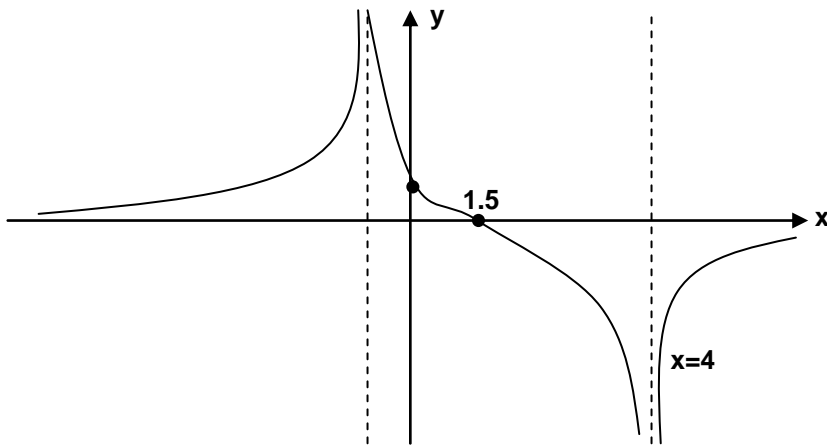
$$-9k^2 - 6k - 1 = -9k^2 - 6k - 1$$

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי טריגונומטריה

3.

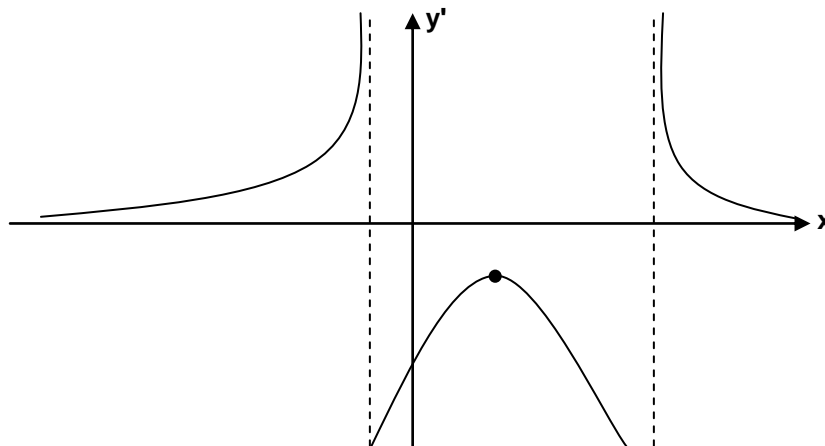
א.

(1) סרטוט של הפונקציה:



(2) הוכחה שיש נקודת קיצון:

נסרטט את גרף הנגזרת - קיימת נקודת מקסימום!





ב. שיעורי נקודות החיתוך :

$$f(1.5) = \frac{(3a - 3b \cdot 1.5)}{(1.5^2 - .5a + c)^2} = 0$$

$$\begin{cases} 3a - 4.5b = 0 \\ (-1)^2 - a \cdot (-1) + c = 0 \\ 4^2 - 4a + c = 0 \end{cases}$$

$$a = +3$$

$$b = -4$$

$$c = +2$$

$$f(-2) = \frac{9 - 6 \cdot (-2)}{((-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 4)^2} = \frac{7}{12}$$

$$\left(-2, \frac{7}{12}\right)$$

.4

א. נקודות חיתוך :

$$f(x) = 4 \sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 2x \rightarrow (0, 0) \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \left(\pi, 0\right)$$

ב. נקודות קיצון :

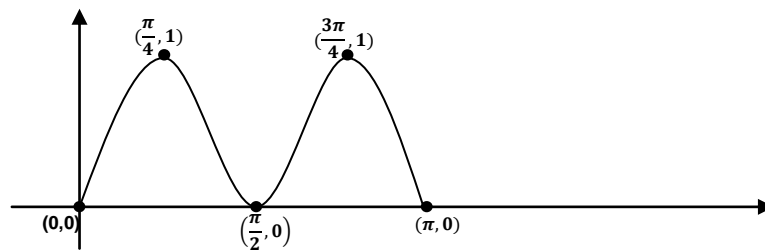
$$f'(x) = 2 \sin 2x \cdot 2 \cos 2x$$

$$f'(x) = 2 \sin(4x) = 0$$

$$\text{MAX} \left(\frac{\pi}{4}, 1\right) \left(\frac{3\pi}{4}, 1\right)$$

$$\text{MIN} (0, 0) \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) (\pi, 0)$$

ג. סקיצה :





ד. הוכחה:

$$0 \leq 2f(x) \leq 2$$

ה.

(1) הוכחה:

$$g'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \cdot 4 \cdot \cos(4x) = \frac{1}{2} - 1/2(1 - 2 \sin^2 2x) = \sin^2 2x = f(x)$$

(2) חישוב שטח מוגבל:

$$S = \int_0^{\pi} f(x) dx = \left[\frac{1}{2}x - \frac{\sin(4x)}{4} \right]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

5. ג

א. הבעת היחס:

$$DB = 2R \sin \alpha$$

$$LB = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$DL = DB - LB = \frac{R(2 \sin^2 \alpha - 1)}{\sin \alpha} = R \cdot \frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{KL}{LM} = -\cos 2\alpha$$

ב. שטח המשולש DMC:

$$\frac{S_{\Delta DMC}}{S_{\Delta DLC}} = \frac{(KM \cdot DC)}{2} = \frac{KM}{KL} = \frac{KL + LM}{KL} = \frac{1}{\cos(2\alpha)}$$

$$S_{\Delta DMC} = S \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos 2\alpha}\right)$$

$$S_{\Delta DMC} = S \cdot \left(1 - \frac{1}{\cos 120^\circ}\right) = 3S$$