



**פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה**

**קיץ 2012 – שאלון 007**

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים**

1.

א. משוואת המעגל החוסם ABC :  
נסמן :

$$B(b, b - 1)$$
$$C(c, 3 - c)$$

לפי חלוקת הקטע ביחס נתון :

$$\frac{b + c}{4} = 6$$
$$\frac{2b - c}{4} =$$
$$\begin{cases} c = 24 - b \\ c = b - 12 \end{cases}$$
$$b = 6 \quad c = 6$$
$$C(6, -3) \quad B(6, 5)$$

מרכז המעגל בנקודת האמצע  $M(6, 1)$

אורך BC הוא 8

$$R = \frac{1}{2}BC = 4$$

**משוואת המעגל החוסם את המשולש :  $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 16$**

ב. שטח משולש FDC :

משוואת הפרבולה :  $y^2 = \frac{3}{2}x$  לפי הצבת נקודה D.

משוואת המשיק :  $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$  לפי FD:  $y_1 = P(x + x_1)$

נקודת החיתוך עם המשיק בנקודה C :  $F(-6, 0)$

$$S_{FCD} = 36$$



2.

א. הנקודה שמרחקה מציר ה-x הוא הקצר ביותר :

$$I. (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 9 \quad M_1(2,2) \quad R_1 =$$

$$II. (x - 10)^2 + (y - 8)^2 = R^2 \quad M_2(10,8) \quad R_2 = R$$

$$M_1, M_2 = \sqrt{(10 - 2)^2 + (8 - 2)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$R + = 10 \quad [R = 7]$$

$$(10, 1)$$

ב.

(1) שיעורי נקודת המגע של שני המעגלים :

ישר שמחבר את שני המרכזים –

$$m = \frac{8 - 2}{10 - 2} = \frac{6}{8} = 0.75$$

$$y - 2 = 0.75(x - 2)$$

$$y = 0.75x + 0.5$$

נקודת חיתוך של ישר זה עם אחד המעגלים :

$$(x - 2)^2 + (0.75x - 1.5)^2 = 9$$

$$x^2 - 4x + 4 + \frac{9}{16}x^2 - 94x + 2.25 = 9$$

$$25x^2 - 100x - 44 = 0$$

$$x_1 = 4.4 \quad x_2 = -0.4 \quad \{\text{פסול}\}$$

$$(4.4, 3.8)$$

(2) השיעורים של נקודה A :

$$m = \frac{-1}{0.75} = -\frac{4}{3} \quad (4.4, 3.8) \text{ משוואת המשיק המשותף} :$$

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{29}{3}$$

המשיק הוא האנך האמצעי לקטע  $AM_1$  ולכן נקודת ההשקה היא האמצע של הקטע  $AM_1$ .

$$\frac{x + 2}{2} = 4.4$$

$$x + 2 = 8.8$$

$$x_A = 6.8$$

$$\frac{y + 2}{2} = 3.8$$

$$y_A = 5.6$$

$$A(6.8, 5.6)$$



3. משוואות המישור  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  :

נסמן את  $\pi_1$  באופן הבא :

$$\pi_1: ax + by + cz + 1 = 0$$

נציב את נקודה B :

$$6c + 1 = 0$$

נציב את נקודה A :

$$2a + c + 1 = 0$$

$$2a + 3\left(-\frac{1}{6}\right) + 1 = 0$$

$$2a + \frac{1}{2} = 0$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

מרחק נתון מ-C :

$$2 = \frac{-2a + 2c + 1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

נציב את a, c ויוצא ש- $b = \pm \frac{1}{2}$ .

$$\pi_1: -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{6}z + 1 = 0$$

$$\pi_1: 3x - 6y + 2z - 12 = 0$$

$$\pi_2: x - 6y + 2z + d_2 = 0$$

$$-6 + 4 + d_2 = 0$$

$$d_2 = z$$

$$\pi_2: 3x - 6y + 2z + 2 = 0$$

אפשרות שנייה (עבור  $b = -\frac{1}{2}$ ):

$$a = -\frac{1}{4} \quad c = -\frac{1}{6} \quad b = -\frac{1}{2}$$

$$\pi_1: -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{6}z + 1 = 0$$

$$\pi_1: 3x + 6y + 2z - 12 = 0$$

$$\pi_2: x + 6y + 2z + d_2 = 0$$

$$-6 + 4 + d_2 = 0$$

$$d_2 = 2$$

$$\pi_2: 3x + 6y + 2z + 2 = 0$$



פרק שני – מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

.4

א. הוכחה כי מכפלה של כל שני פתרונות היא גם פתרון של המשוואה :

$$z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$z^3 = w$$

$$z_1 = 1cis120^\circ$$

$$w = z_1^3 = 1cis360^\circ = 1cis0^\circ = 1$$

$$z_1 = 1cos120^\circ \quad z_2 = cis240^\circ \quad z_3 = 1$$

$$z_1 \cdot z_2 = cis360^\circ = 1 \quad (z_1 z_2)^3 = 1 = w$$

$$z_1 \cdot z_3 = cis120^\circ \quad (z_1 z_3)^3 = cis(360^\circ) = 1 = w$$

$$z_2 \cdot z_3 = cis240^\circ \quad (z_2 z_3)^3 = cis(720^\circ) = 1 = w$$

ב. השטח המוגבל על ידי הגרף, ציר ה-x והישרים :

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

$$f'(x) = 1/(\sqrt{1+x^2}) \text{ תמיד חיובית}$$

$$\int_{-1}^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^1 = \ln(1 + \sqrt{1+1}) - \ln(-1 + \sqrt{1+1}) = 1.762$$

.5

א. הרדיוס המינימאלי :

נקודת השקה מעגל – פונק'  $(t, e^{2-0.5t^2})$

$$r^2 = t^2 + (e^{2-0.5t^2})^2 = t^2 + e^{4-t^2}$$

$$(r^2)' = 2t - 2te^{4-t^2} = 0$$

$$2 - 2e^{4-t^2} = 0$$

$$e^{4-t^2} = 1$$

$$4 - t^2 = 0$$

$$t = \pm 2$$

$$r_{t=2} = \sqrt{2^2 + e^{2-0.5 \cdot 2^2}} = \sqrt{5}$$

$$r_{min} = \sqrt{5}$$

ב. סרטוט עם סקיצה של המעגל עם הרדיוס מסעיף א':

