

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הפרבולה הקנונית $y^2 = 2px$. $p > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא $\frac{4}{3}$,

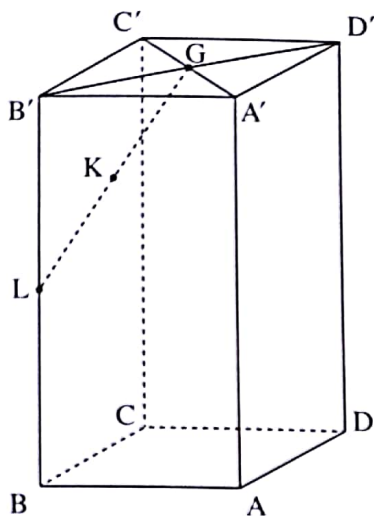
שיעור ה- y של אמצע הקטע AB הוא 9 .

א. מצא את משוואת הפרבולה.

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו- B מאונכים זה לזה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה מאונכים זה לזה.



2. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ הנקודה L היא אמצע המקצוע BB' ,

והנקודה G היא מפגש האלכסונים של הפאה $A' B' C' D'$.

הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את \vec{DK} .

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון DB' ,

ומצא את היחס $\frac{DK}{DB'}$.

ההמשך של הקטע AK חותך את המישור $BCC'B'$ בנקודה F .

נתון: $\vec{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$.

ג. (1) מצא את s ואת t , והראה כי הנקודה F נמצאת

על המקצוע $B'C'$.

(2) מצא את היחס $\frac{B'F}{B'C'}$.

3. z_A , z_B ו- z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים

את הנקודות A , B ו- C במישור גאוס, בהתאמה.

נתון: $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

ו- z_C מקיימים את המשוואה: $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$.

א. (1) מצא את z_A ואת z_C .

(2) הסבר מדוע $\angle ABC = 90^\circ$.

נתון: $AB = BC$.

ב. מצא את z_B (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.

ג. a_n היא סדרה הנדסית שבה $a_1 = z_A$ ו- $a_2 = z_B$.

נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של הסדרה a_n הוא 0 .

הסבר מדוע m מתחלק ב-4 ללא שארית.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על **אחת** מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

נסמן: $g(x) = e^x - x$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, והסבר מדוע לכל x מתקיים: $e^x - x \geq 1$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$.

ידוע כי הביטוי $2e^x - xe^x - 1$ מוגדר לכל x וחיובי בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

ג. (1) חשב את $f(-1)$ ואת $f(1)$, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה $f(x)$ יש לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x = -1$ ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$

בתחום $-1 \leq x \leq 0$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$, $b > 0$. הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג. (1) הוכח: $f(x) - g(x) = x$.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את ערך הפרמטר b .

ה. הצב $b = 4$ וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך