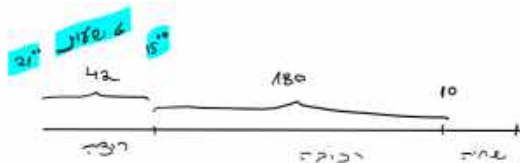


# פתרון בגרות במתטיקה



- מספר יח"ל  $5$  יח"ל
- מספר שאלון  $581$
- תאריך בחינה  $27/7$
- שעת בחינה  $10^{00}$
- כותב/ת הכתרון  $\text{עין שחר}$



שאלה 1 581

10:04 AM Monday, July 27, 2020

דרך	זמן	מהירות	מרחק
42	$\frac{42}{v}$	$v$	$135^\circ$
42	$\frac{42}{v+1}$	$v+1$	$15^\circ$

$$\frac{42}{v} = \frac{42}{v+1} + 1$$

$$42v + 42 = 42v + v^2 + v$$

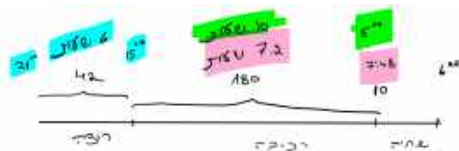
$$0 = v^2 + v - 42$$

$$0 = (v+7)(v-6)$$

$$v = -7 \quad v = 6$$

$$\frac{42}{v+1} = \frac{42}{6+1} = 6$$

המרחק הוא 180 מטר



דרך	זמן	מהירות	מרחק
180	$\frac{180}{v}$	$v$	$18^\circ$
180	$\frac{180}{v+2}$	$v+2$	$25^\circ$

(א) לא אפשרי  
(ב) אפשרי  
המרחק הוא 180 מטר  
המהירות היא 6 מטר לשנייה  
הזמן הוא 7 שניות  
המהירות היא 7.2 מטר לשנייה  
הזמן הוא 25 שניות  
המרחק הוא 180 מטר

# פתרון בגרות במתמטיקה



שאלה 2 581

10:02 AM Monday, July 22, 2020

$$S_n = 2 \cdot 3^n - 2$$

$$S_1 = a_1 = 2 \cdot 3^1 - 2 = 4 \quad \boxed{a_1 = 4} \quad (1) (k)$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (2 \cdot 3^n - 2) - (2 \cdot 3^{n-1} - 2)$$

$$a_1 = 2 \cdot 3^1 - 2 \cdot 3^{0} = 4$$

$$a_n = 6 \cdot 3^{n-1} - 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$\boxed{a_n = 4 \cdot 3^{n-1}} \quad n > 1 \quad \text{ק"ו}$$

(2) (k) נבאט כזס עקור  $a_n$  שנוון עקור 2 זכ"ח

ניתן עראך שאם נציק כזס וזח עקב  $a_1 = 4$   
שזר (פי שזדונו  $S_1 = 4$ ) אכן הזיזר  $I$ . עכן הזכס

נוון עקור כס  $n$  קב"צ  $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

$$a_{n+1} = 4 \cdot 3^{n-2}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{4 \cdot 3^{n-1}}{4 \cdot 3^{n-2}} = 3^{(n-1)-(n-2)} = 3 \rightarrow \boxed{\frac{a_n}{a_{n-1}} = 3}$$

זזזט שזזזר זין כס 2 אוקרז סזזזס הזא קזזזר זלכנ  
הקזזר הזא הנזזזזז

$$\left. \begin{array}{l} C_n = S_{n+1} - S_n \\ C_n = a_{n+1} \\ \downarrow \\ C_{n+1} = a_{n+2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{C_{n+1}}{C_n} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = 3 \quad (1) (k)$$

סזזזזז הזקזזזז  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

סזזזזז הזקזזזז  $a_1, a_3, a_4, a_5$   
 $\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$   
 $c_1 \quad c_2 \quad c_3 \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_n^A = \frac{a_1(3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{a_1(3^n - 1)}{2} \\ S_n^C = \frac{a_2(3^n - 1)}{3 - 1} = \frac{3a_1(3^n - 1)}{2} \end{array} \right.$$

$(a_2 = 3a_1)$

$$\boxed{S_n^C = 3 S_n^A} \quad \text{ניתן עראך ע:}$$

# פתרון בגרות במתמטיקה



שאלה 3 581

10:33 AM Monday, July 27, 2020



נסו

$$P(\text{יחס של 2 אירועים}) = 1 - P(\text{יחסים של 0 או 1 אירוע}) = 1 - \left( \left(\frac{3}{5}p\right)^3 + p^3 + (1-p)^3 \right) = 0.62$$

$$1 - (0.36p^3 + p^3 + 1 - 3.2p + 2.56p^2) = 0.62$$

$$0 = 3.92p^3 - 3.2p + 0.62$$

$p = \frac{1}{2}$  ו  $p = \frac{3}{4}$  ( $p > 0.4$ )



$$P(\text{מספר 2 אירועים או מספר 3 אירועים}) = P_5(2) + P_5(3) = \binom{5}{2} 0.3^2 \cdot 0.7^3 + \binom{5}{3} 0.3^3 \cdot 0.7^2 = 0.441$$

אירוע	$\frac{15}{50}$
אירוע	$\frac{25}{50}$
אירוע	$\frac{10}{50}$

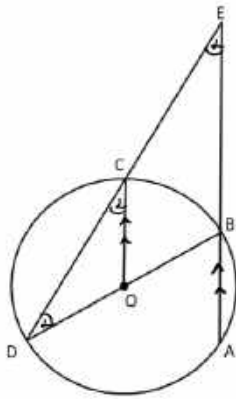
$$P(\text{יחס של 2 אירועים / יחס של 3 אירועים}) = \frac{\frac{15}{50} \cdot \frac{14}{49}}{\frac{15}{50} \cdot \frac{14}{49} + \frac{25}{50} \cdot \frac{24}{49} + \frac{10}{50} \cdot \frac{9}{49}} = \frac{7}{30}$$

# פתרון בגרות במתמטיקה



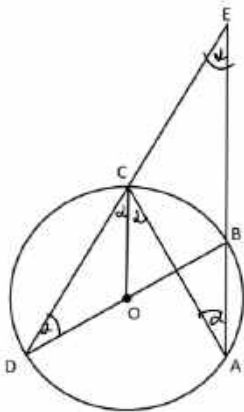
שאלה 4 581

10:09 AM Monday, July 27, 2020



- 1 נתון  $AB \parallel CE$
- 2 הוכחנו קודם  $AE \parallel CD$  ...
- 3 בין ישרים מקבילים  $AE \parallel CD$  מתאימות שוויון  $\angle E = \angle C = \alpha = \delta$
- 4  $OC = OD$  במעגל  $OC$  ו- $OD$  הרדיוסים שווים
- 5 הוכחנו  $\angle D = \angle C = \alpha$  (5, 2)  $\angle C = \alpha$  הוכחנו שווה (4)
- 6  $\angle D = \angle E$  כפול המעבר (5, 2)  $\angle D = \alpha$

7  $\angle A = \angle D = \alpha$  במעגל, כל הזוויות הקבועות הנשארות על אותה הקשת ( $\widehat{BC}$ ) שווים  $\angle A = \angle D = \alpha$  (5) הוכחנו



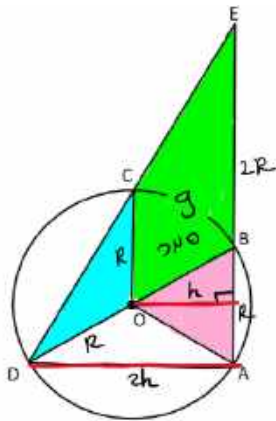
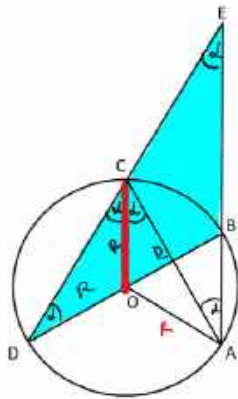
- 8 בין ישרים מקבילים (1)  $\angle OCA = \angle A = \alpha$  שווים  $\angle OCB = \beta$  (7) הוכחנו
- 9  $\angle DCO = \angle OCA = \alpha$  כפול המעבר (5, 8)  $\angle DCO = \alpha$

(10) נתון  $EB = 2 \cdot BA$

נתבונן  $\triangle DBE$

(11)  $DO = OB = R$  במעגל  $DO = OB = R$  הרדיוסים שווים.

# פתרון בגרות במתטיקה



(12)  $CO \parallel BE$  (ע"פ 1)

(13)  $CO =$  קלע אלכזום  $\Delta DEB$   
 ג'תי וקד"ש עזרת הוא ק.א. ג'משום

(14)  $BE = 2CO = 2R$

(15)  $EB = 2BA$   
 $2R = 2BA$   
 $R = BA$

(16)  $OB = OA = R$  (משום כי הרדיוס שווה)

(17)  $OB = OA = AB = R$  (ע"פ 15+16)  
 $\in \text{שנ}$

ע"פ 15  $\Delta DOC \sim \Delta DBO$

משום שיש זווית אחת משותפת וזווית זווית ישרה  
 ע"פ קלע אלכזום  $CO = \frac{1}{2}BE$

$\left(\frac{CO}{EB}\right)^2 = \frac{S_{DOC}}{S_{DOB}}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{S_{DOC}}{S_{DOB}}$

$\frac{1}{4} = \frac{S_{DOC}}{S_{DOC} + 9}$

$S_{DOC} = 3$

$S_{DOC} = \frac{h \cdot (R + 2R)}{2}$

$S_{DOC} = 1.5hR = 3$

$hR = 6$

$S_{BOA} = \frac{h \cdot R}{2} = \frac{6}{2} = 3$

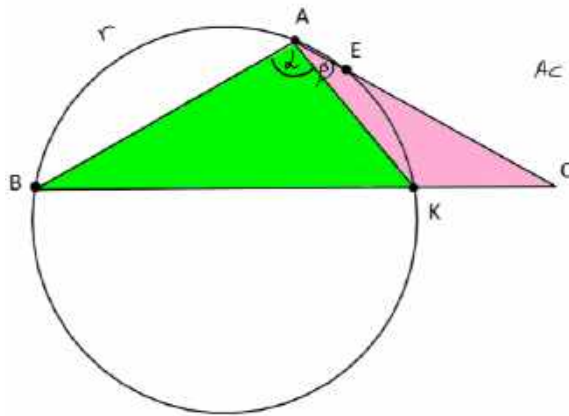
$S_{DOC} + S_{BOA} = 3 + 3 = 6$   
 $\in \text{שנ}$

# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 5815

10:05 AM Monday, July 27, 2020



$AC = AB$  (מינימום)  $\angle B = \angle C = \alpha$  (1) (2)

$\Delta AKC$  היתוסים  $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{AK}{CK}$

$\Delta AKC$

$\frac{AK}{\sin \alpha} = 2R$  (היתוסים)

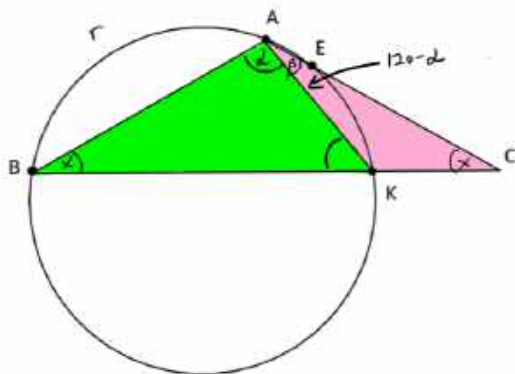
$\Delta ABK$

$\frac{AK}{\sin \alpha} = 2r$  (היתוסים)

$2R = 2r$

$R = r$

היתוסים



$\Delta AKC$

(2) (1)

$\frac{CK}{\sin \beta} = 2R$  (היתוסים)

$\Delta ABK$

$\frac{BK}{\sin \alpha} = 2r$  (היתוסים)

$R = r$  והיתוסים (1) (2)

היתוסים  $\frac{CK}{\sin \beta} = \frac{BK}{\sin \alpha}$  (היתוסים)

היתוסים

$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BK}{CK}$



**קידום**  
לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ר

# פתרון בגרות במתטיקה



$$\alpha + \beta = \angle BAC = 120 \quad | \text{נתן}$$

$$\downarrow$$

כאשר  $\alpha$  ו- $\beta$  הם הזוויות שני

$$\angle C = \angle B = \frac{180 - 120}{2} = 30^\circ$$

$$\angle ABK > \beta \quad | \text{נתן}$$

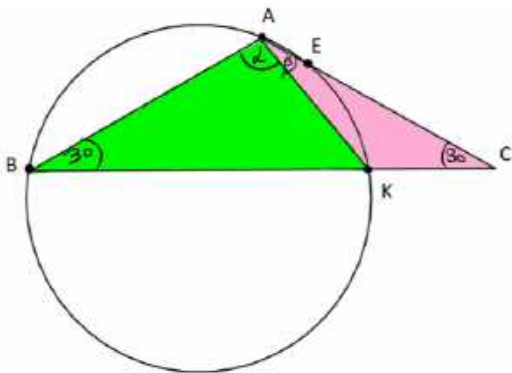
$$\downarrow$$

$$30 > \beta \quad (\alpha + \beta = 120^\circ)$$

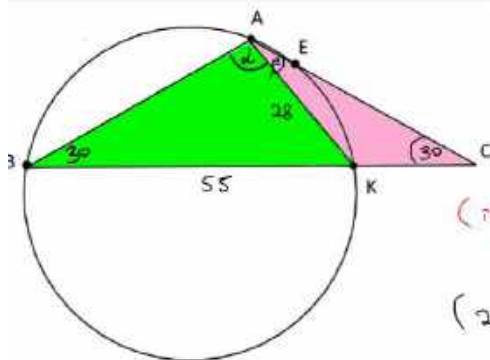
$$30 > 120 - \alpha$$

$$\alpha > 90^\circ$$

אם כן



$$\geq 90$$



(קנה  $\alpha$ )

(2 ל' אב)

**$\triangle ABK$**

$$\frac{55}{\sin \alpha} = \frac{28}{\sin(30)}$$

$$\sin \alpha = \frac{55}{56}$$

$$\alpha = 70.16^\circ \quad | \text{ל' אב}$$

$$\alpha = 100.844^\circ$$

$\downarrow$

$$\beta = 19.16^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BK}{CK}$$

$$\frac{\sin(100.844)}{\sin(19.16)} = \frac{55}{CK}$$

$$CK = 18.38 \quad | \text{אב}$$

$\downarrow$

$$BC = 55 + 18.38$$

$$BC = 73.38 \quad | \text{אב}$$



**קידום**  
לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ר

# פתרון בגרות במתמטיקה



שאלה 6 581

10:00 AM Monday, July 27, 2020

$$f(x) = (x+3)^4(2-x) \quad (2,0), (-3,0) \quad (1) \quad (c)$$

$$f'(x) = 4(x+3)^3(2-x) - (x+3)^4 \quad (2)$$

$$f'(x) = (x+3)^3(4(2-x) - (x+3))$$

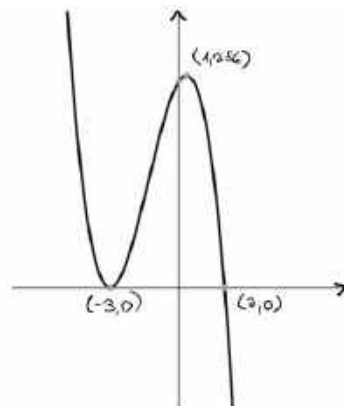
$$f'(x) = (x+3)^3(-5x+5)$$

$$f'(x) = -5(x+3)^2(x-1) \quad f'(x) = 0$$

$\swarrow \searrow$   
 $x=1 \quad x=-3$

x		-3		1	
f'(x)	-		+		-
f(x)	↘	min	↗	max	↘

$$(-3,0) \text{ min}, (1, 256) \text{ max}$$



פונקציה של 3



# פתרון בגרות במתמטיקה



(2)  $f(x-3) + 0 \leftarrow$  השם צי"ח יליך  
 של  $f(x)$  x ≠ 5  
x ≠ 0 תנ"י  
 ג'ט

ג'ט  $g(x) = 0 \rightarrow \frac{1}{f(x-3)} = 0 \rightarrow 1 \neq 0$  (אין פתרון) x ≠ 5

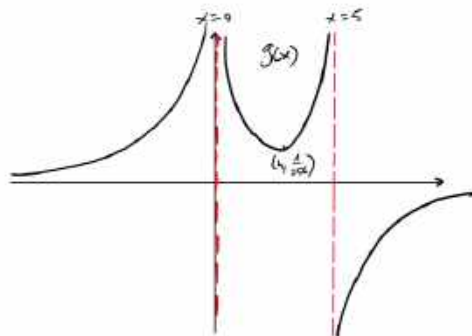
(3)  $g(x) = \frac{-f(x-3)}{(f(x-3))^2}$  ניתן לראות שיתכונן הכלי והכנה מסוגים שונים

השלייה של  $f(x-3)$  (ש-יא השנה צי"ח יליך של  $f(x)$ )

\*  $3 < x < 4 \leftarrow f(x)$  שלילי  $\leftarrow 0 < x < 4 \leftarrow f(x-3)$  שלילי  $\leftarrow$  (אם יודעת)

\*  $x > 1$  או  $x < 3 \leftarrow f(x)$  יחדית  $\leftarrow x > 5$ ,  $4 < x < 5$ ,  $x < 0 \leftarrow f(x-3)$  יחדית  $\leftarrow$  (אם שלילי)

סוגים  
 $0 < x < 4 \leftarrow g(x)$  יחדית  
 $x < 0$  או  $4 < x < 5$  או  $x > 5 \leftarrow g(x)$  שלילי



(4) שטח של  $g(x)$

# תחרו דגור

א) (1)  $f(x) = 2x^2, f(-1) = 48$  בתחום  $-1 < x < 1$   $f(x) < 48$

ובין בתחום  $2 \leq x \leq 4$   $48 \leq f(x) \leq 256$

ב) אס. א

• בתחום  $-1 \leq x \leq 1$

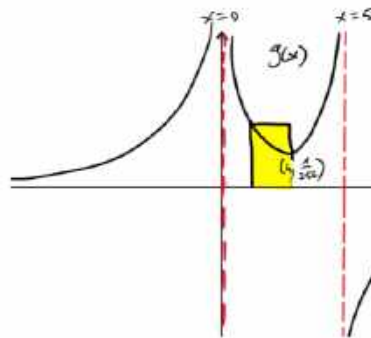
$$f(x) \geq 48$$

• ובין בתחום  $2 \leq x \leq 4$

$$f(x-3) \geq 48$$

• ובין בתחום  $2 \leq x \leq 4$

אזכור: ה- $x$  הם הערכים  
 וה- $y$  הם ערך  $y$  מסוים  
 גבולות  $f(x-3)$   $f(x) = \frac{1}{f(x-3)} \leq \frac{1}{48}$   
 אצל  $x=2$   $y=48$  אצל הערכים של  $y$  יהיה קטן  
 מ  $\left(\frac{1}{48}\right)$



אם נעביר במישור  $(2 \leq x \leq 4)$   
 הערכים נראה שכל

$$2 \cdot \frac{1}{48} = \frac{1}{24}$$

(כל ערכי  $x$  של  $f(x)$ )

קטנים מ  $\left(\frac{1}{48}\right)$

אז העלם הערכים בין  $f(x)$

בין  $x=2$  והיחסים בין  $f(x)$

ו  $x=4$  קטן יותר מכל הערכים  
 באזור

$$\int_2^4 f(x) dx \leq \frac{1}{24}$$



**קידום**  
 לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ר

# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 7 581

Monday, July 27, 2020 10:03 AM

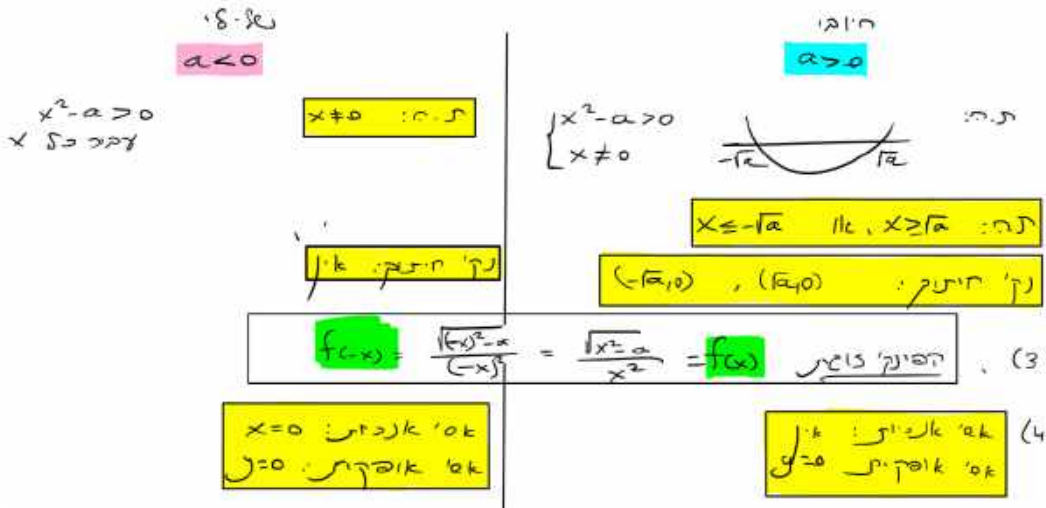
$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-a}} \cdot x^2 - \sqrt{x^2-a} \cdot 2x}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{x^3}{\sqrt{x^2-a}} - 2x\sqrt{x^2-a}}{x^4} = \frac{x^3 - 2x(x^2-a)}{x^4\sqrt{x^2-a}} = \frac{x(x^2 - 2x^2 + 2a)}{x^4\sqrt{x^2-a}}$$

$$f'(x) = \frac{2a-x^2}{x^3\sqrt{x^2-a}}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$$



$$f'(x) = \frac{2a-x^2}{x^3\sqrt{x^2-a}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2a}$$

$$f'(-\sqrt{2a}) = \dots$$

$$f'(\sqrt{2a}) = \dots$$

אם  $a < 0$  (הגיוני - של הנשגת של-8)

אם  $x < 0$  הסימן חיובי

אם  $x > 0$  הסימן שלילי

x	$-\sqrt{2a}$	$-\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{2a}$
f'(x)	+	-	+	-
f(x)	max	min	min	max

$(\sqrt{2a}, \frac{\sqrt{2a}}{2a})$  min

$(-\sqrt{2a}, \frac{\sqrt{2a}}{2a})$  max

$(\sqrt{a}, 0)$  max

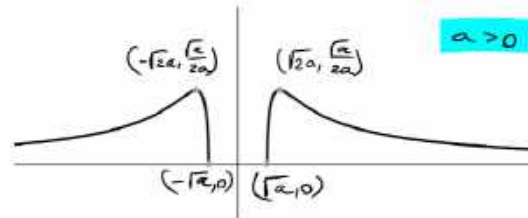
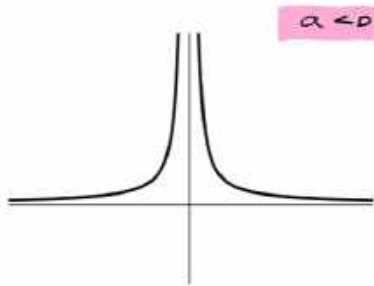
$(-\sqrt{a}, 0)$  min

$(\sqrt{2a}, \frac{\sqrt{2a}}{2a})$  max

$-\sqrt{2a} < x < -\sqrt{a}$  ו-  $x > \sqrt{a}$  : חיובי

$\sqrt{a} < x < \sqrt{2a}$  ו-  $x < -\sqrt{2a}$  : שלילי

# פתרון בגרות במתטיקה



עבור  $a < 0$  תוצאת חותך  $\sqrt{a}$  נכונה רק עבור  $a > 0$ :

**בדיקה עבור  $a > 0$**

$$\frac{\sqrt{a}}{2a} = 1 \quad \text{משוואה}$$

$$\frac{a}{4a^2} = 1$$

$$\frac{1}{4a} = 1 \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{2a} > 1 \rightarrow \sqrt{a} > 2a \quad | \cdot (\sqrt{a})^2$$

**בדיקה עבור  $a > 0$**

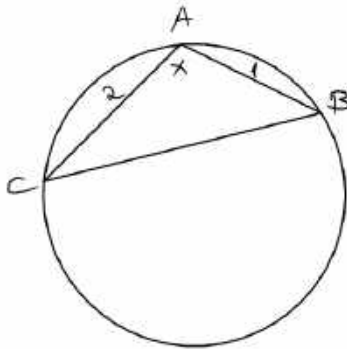
$$a > 4a^2 \quad | : 4a \quad a < \frac{1}{4}$$

$0 < a < \frac{1}{4}$	$a < 0$	(1) תוצאת חותך: לא
$a = \frac{1}{4}$	$a > 0$	(2) נכונה

# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 8



$\Delta ABC$  משולש ישר זווית

$$BC^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos x$$

$$BC^2 = 5 - 4 \cos x$$

$$BC = \sqrt{5 - 4 \cos x}$$

משולש ישר זווית

$$\frac{BC}{\sin x} = 2R$$

$$\frac{\sqrt{5 - 4 \cos x}}{\sin x} = 2R$$

$$R = \frac{\sqrt{5 - 4 \cos x}}{2 \sin x}$$

$$R' = \frac{\frac{4 \sin x}{2 \sqrt{5 - 4 \cos x}} \cdot \sin x - 2 \cos x \sqrt{5 - 4 \cos x}}{4 \sin^2 x}$$

$$R' = \frac{4 \sin^2 x - 2 \cos x (5 - 4 \cos x)}{4 \sin^2 x \sqrt{5 - 4 \cos x}}$$

$$R' = \frac{2 \sin^2 x - 5 \cos x + 4 \cos^2 x}{2 \sin^2 x \sqrt{5 - 4 \cos x}}$$

# פתרון בגרות במתטיקה



$$R' = \frac{2(1-\cos^2 x) - 5\cos x + 4\cos^2 x}{2\sin^2 x \sqrt{5-4\cos x}}$$

$$R' = \frac{2\cos^2 x - 5\cos x + 2}{2\sin^2 x \sqrt{5-4\cos x}} = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \cos x = 2$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$(0 < x < \pi)$$

$$x = \frac{\pi}{3}$$

$$R''(x) = -4\cos x \sin x + 5\sin x$$

$$R''\left(\frac{\pi}{3}\right) = + \rightarrow \text{min}$$

מיני

$x=60^\circ$  הוא  
דתיים מינימי

$$R\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{5-4 \cdot \frac{1}{2}}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1 \rightarrow$$

הקוטר הוא 2



**קידום**  
לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמיר

# פתרון בגרות במתמטיקה



# פתרון בגרות במתמטיקה





# פתרון בגרות במתמטיקה

