

# פתרון בגרות במתטיקה



מספר יח"ל ← 5 יח. בלבד

מספר שאלון ← 581

תאריך בחינה ← 1.7.2020

שעת בחינה ←  $10^{00} - 13^{30}$

כותב/ת הפתרון ← עין שחר



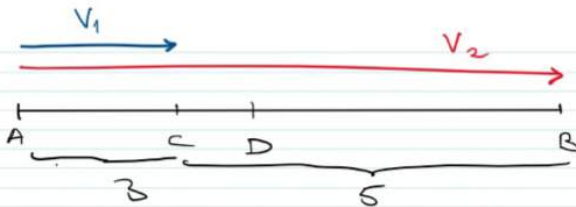
**קידום**  
לד תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמי"ד

# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 1



הסונק טוויים  $\frac{8x}{v_2} = \frac{3x}{v_1} \quad /: x$

$3v_2 = 8v_1$

$v_2 = \frac{8}{3}v_1$

היום אין התייחסות של ציור 8 התייחסות של הציור 8.

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{8}$  (1)

דרך	זמן	מהירות	כיוון
8x	$\frac{8x}{v_2}$	$v_2$	כיוון 8
3x	$\frac{3x}{v_1}$	$v_1$	כיוון 3
19y		$v_2 + 3$	כיוון 8
6y		$v_1$	כיוון 3

$\frac{19y}{v_2 + 3} = \frac{6y}{v_1}$

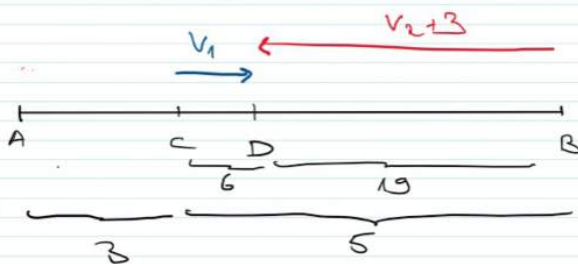
$19v_1 = 6v_2 + 18$

$v_2 = 2\frac{2}{3}v_1$  (ציור 8 א' פ' של א')

$19v_1 = 6(2\frac{2}{3}v_1) + 18$

$3v_1 = 18$

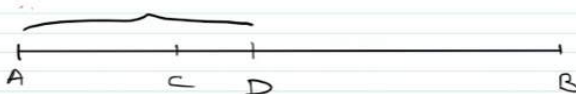
$v_1 = 6 \rightarrow v_2 = 16$



ה) התייחסות התייחסות של ציור 8 היא 6 ק"מ

התייחסות התייחסות של הציור 8 היא 16 ק"מ

ע)



$\frac{AD}{19} = \frac{AD}{2(k+6)} \quad /: AD > 0$

$2(k+6) < 19$

$k+6 < 9.5$

$0 < k < 3.5$

דרך	זמן	מהירות	כיוון
AD		19	כיוון 8
$\frac{1}{2}AD$		k+6	כיוון 3



**קידום**  
לד תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ד

# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 2

$16 S_{n-4} = S_{n-4} + 16 S_{n-4}$

$16 \cdot \frac{a_1(q^{n-4}-1)}{q-1} = \frac{a_5(q^{n-4}-1)}{q-1}$

$16a_1 = a_5 \rightarrow 16a_1 = a_1 q^4 \quad a_1 \neq 0$

$q^4 = 16$   
 $q = 2$

$b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2} \rightarrow b_{k+1} = a_{k+1} + a_{k+2} + a_{k+3}$

$\frac{b_{k+1}}{b_k} = \frac{a_{k+1} + a_{k+2} + a_{k+3}}{a_k + a_{k+1} + a_{k+2}} = \frac{a_k \cdot q + a_{k+1} \cdot q + a_{k+2} \cdot q}{a_k + a_{k+1} + a_{k+2}}$

$\frac{b_{k+1}}{b_k} = \frac{q(a_k + a_{k+1} + a_{k+2})}{(a_k + a_{k+1} + a_{k+2})} = q = 2$

מתאנו שהיחס בין כל 2 איברים סמוכים בסדרה  $b_k$  הוא קבוע ולכן  $b_k$  סדרה הנדסית שמתנה  $q=2$  (למת הסדרה המקורית)

$(2) \quad b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2} = a_k + a_k q + a_k q^2 = a_k + 2a_k + 4a_k = 7a_k \quad (q=2)$

$b_k = 7a_k$

וזוהי  $a_k$  - סדרה הנדסית (מתוך) ולכן  $a_k$  מתחלקת ב-7 וכל  $a_k$  שווה ל-7 פעמים איבר מסדרה הנדסית  $b_k$

$c_1 = \frac{1}{b_1}, c_2 = \frac{1}{b_2} \rightarrow q_c = \frac{\frac{1}{b_2}}{\frac{1}{b_1}} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{q} = \frac{1}{2}$

$S = \frac{c_1}{1-q_c} = \frac{1}{5/4}$

# פתרון בגרות במתמטיקה

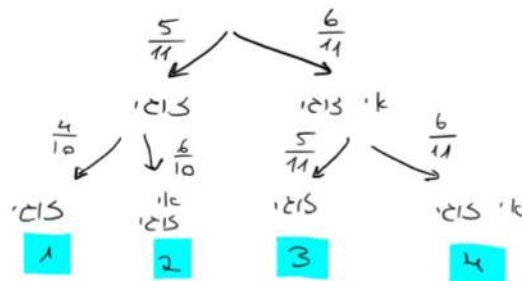


$$\frac{\frac{1}{b_1}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{91} \rightarrow \frac{2}{b_1} = \frac{1}{91} \rightarrow b_1 = 182$$

$$u \rightarrow b_k = 7a_k \rightarrow b_1 = 7a_1 \rightarrow 182 = 7a_1 \quad a_1 = 26$$

ל כאן 3

5 יציא ← 4 יציא  
6 יציא · ק ← 6 יציא · ק

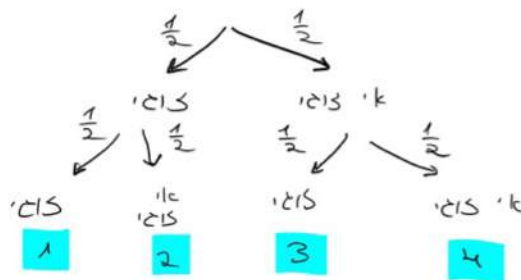


נמסר את "התחסיט" האפשריים →

$$1) P(\text{נכשיל}) = 1 - P(\text{סלול}) = 1 - P(4) = 1 - \left(\frac{6}{11}\right)^2 = \frac{85}{121}$$

$$\Rightarrow P(\text{כאול / סלול}) = \frac{P(3)}{P(\text{נכשיל})} = \frac{\frac{6}{11} \cdot \frac{5}{11}}{\frac{85}{121}} = \frac{6}{17}$$

2) (1)



$$P(\text{נכשיל}) = 1 - P(\text{כאול}) = 1 - P(4) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$P(\text{נכשיל}) = \frac{3}{4} \quad (1) \text{ ב}$$

$$2) (2) \quad P(\text{נכשיל}) = 1 - P(\text{כאול}) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k$$



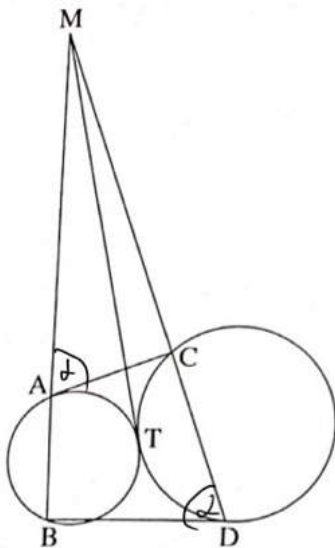
**קידום**  
לד תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ד

# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 4



$MA \cdot MB = MC \cdot MD$  (כ)  $\delta$   
 "משפט השני" (1)

$MT^2 = MA \cdot MB$

אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, אז מכללת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

"משפט ה'נ.נ.ו'"  
 $MT^2 = MC \cdot MD$

אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, אז מכללת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

כלים - נמצא  $MC \cdot MD = MA \cdot MB$   
 (1)  $\delta$  נשם

$\frac{MC}{MB} = \frac{MA}{MD}$  (2) (כ)  $\rightarrow$   $\delta$  כי (1) כלים כהפוכים:

זווית משותפת

$\neq M = \neq M$

לפי נ. ז'נין 3.5.3.

$\Delta MAC \sim \Delta MDB$

משוואות זווית מתאימות שוות, + סימון

$\neq MAC = \neq MDB = \alpha$

זוויות משלימות  $\delta - 180^\circ$

$\neq BAC = 180 - \neq MAC$

הצבה

$\neq BAC = 180 - \alpha$

חישוב

$\neq MDB + \neq BAC = 180^\circ$

ניתן לחסום מרובע במעגל אם ורק אם סכום זוג זוויות נגדיות שווה ל-  $180^\circ$ .

ABDC - חסימה (2) (כ)

$S_{ABDC} = S_{MAC} = \Sigma$   
 $S_{MBD} = 2\Sigma$

# פתרון בגרות במתטיקה



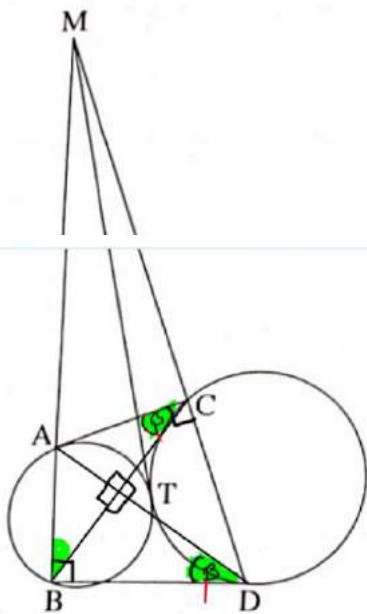
הצבה  $\frac{S_{MAC}}{S_{MBD}} = \frac{S}{2S} = \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{AC}{BD}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{BD} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{BD}{AC} = \sqrt{2}$$

במשולשים דומים: יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.



קוטר AD - נטל

היחסים השלטים  $\angle ACD = \angle ABD = 90^\circ$   
 על קוטר שווה  $90^\circ$ .

כס הזווית היקפית  $\angle ACB = \angle ADB = \beta$   
 השטות על אותה היקפית (AB) שווה

לפי  $\angle ABD = 90^\circ - \beta$   
 סכום  $\angle TBD = 90^\circ - \beta$   
 (נטל  $AD \perp BC$ )

$$\begin{cases} \text{הישוב} \\ + \\ \text{הצבה} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \angle ABC = \angle ABD - \angle TBD \\ \angle ABC = 90 - (90 - \beta) \\ \angle ABC = \beta \end{array} \right.$$

כס הזווית  $\angle ABC = \angle ACB = \beta$

שוה ונקודת -  $\triangle ACB$  אם  $\triangle$  ב זווית שווה אז קוטר שווה שיקים.



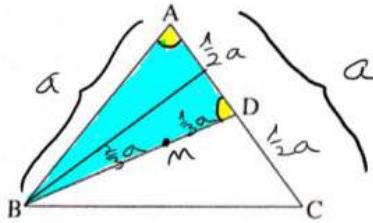
**קידום**  
 לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ד

# פתרון בגרות במתטיקה



5 אילן



נתון  $BD=a$   
נקודת חיתוך התיכונים מחלקת כל תיכון ביחס 2:1  
(החלק הקרוב לקדקוד הוא פי 2 מהחלק האחר).

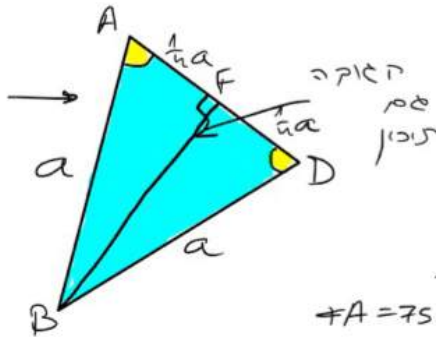
$$\downarrow$$

$$BM = \frac{2}{3}a \quad MD = \frac{1}{3}a$$

משוואת ישר סגור AFB

$$\cos \angle A = \frac{\frac{1}{2}a}{a}$$

$$\angle A = 75.52^\circ$$



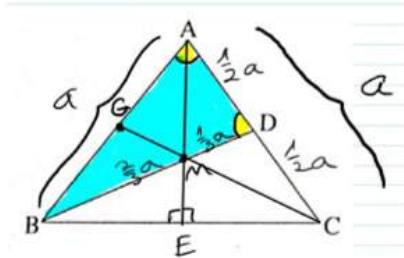
נתון במשולש  $\triangle BAD$   
אנשי אגז'  $\angle A$

כעת משמש המשולש  $\triangle ABC$   
 $\angle A = 75.52^\circ$  המשולש

$$BC^2 = a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \cos(75.52^\circ)$$

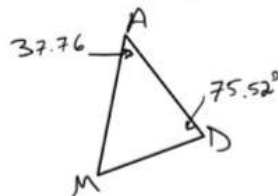
$$BC^2 = 1.5a^2$$

$$BC = \frac{\sqrt{6}}{2}a \quad \text{ל' סנ}$$



ל' 60

לעבור אגז' 2 התיכונים התיכונים  $AE \perp BC$   
(האוקה עקבים המשולש זכרון)  
זכרון נק' מפגש התיכונים (M)

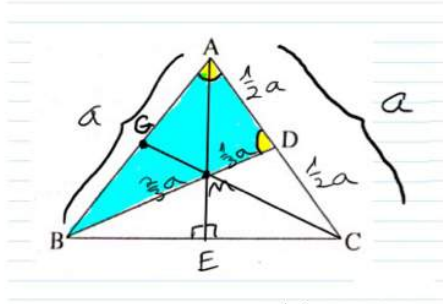


נתון במשולש  $\triangle AMD$   
לכאן  $\angle BAC = \angle ADB = 75.52^\circ$

$$\angle MAD = \frac{1}{2} \cdot (75.52)$$

$$\angle MAD = 37.76^\circ$$

# פתרון בגרות במתטיקה



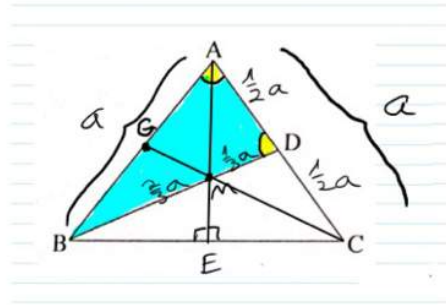
$\triangle AMD$  -  $\Delta$  ישר זווית

ש. קודקודית שווה  
אם המשולש הזווילי הוא עם זווילי  
אם המשולש שווה זווילי -  
אם המשולש הזווילי משתכר לא ה. הזווילי.

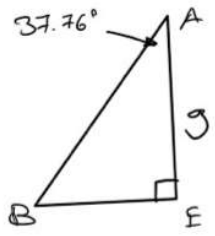
$$\begin{aligned} \angle AMD &= 180 - 37.76 - 75.52 \\ \angle AMD &= 66.72^\circ \\ \downarrow \\ \angle BME &= 66.72^\circ \\ \angle CME &= \angle BME = 66.72^\circ \\ \angle BMC &= 2 \cdot (66.72^\circ) \\ \angle BMC &= 133.433^\circ \end{aligned}$$

ש. הזווילי המשולש שווה זווילי +  $\angle BMC$   $\angle MBC = \angle MCB = \frac{180 - 133.433}{2}$

$$\begin{aligned} \angle MBC &= \angle MCB = 23.28^\circ \\ \Rightarrow \text{ש.} \end{aligned}$$



נקודת חיתוך התיכונים מחלקת כל תיכון ביחס 2:1 (החלק הקרוב לקדקוד הוא פי 2 מהחלק האחר).



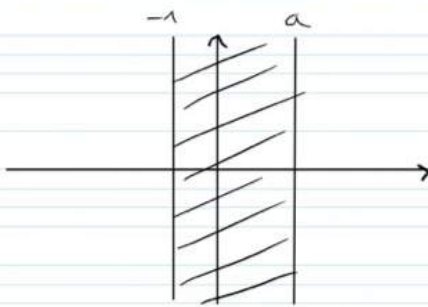
$$\begin{aligned} AM &= 6 \text{ נ"ס} \\ \downarrow \\ AE &= 9 \text{ נ"ס} \\ \cos(37.76) &= \frac{9}{AB} \\ AB &= 11.384 \text{ נ"ס} \\ S_{ABC} &= \frac{(11.384)^2 \cdot \sin(75.52)}{2} \\ S_{ABC} &= 62.74 \text{ נ"ס} \end{aligned}$$



# פתרון בגרות במתטיקה



שאלה 6



$$f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2} \quad a > 2 \quad (1)$$

$$x \neq 2 \quad (x+1)(x-a) \geq 0 \rightarrow$$

$$x \leq -1 \quad \text{or} \quad x \geq a \quad \text{:(1)}$$

$$f(x) = 0 \quad \frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2} = 0$$

$$\sqrt{(x+1)(x-a)} = 0$$

$$(x+1)(x-a) = 0$$

$$x = -1, x = a$$

$$(-1, 0), (a, 0) \quad (2)$$

$$y = 1, y = -1 \quad (3)$$

$$x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$$

$$f(a+2) = -f(2-a) \quad \text{מי?} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{(a+2+1)(a+2-a)}}{a+2-2} = - \frac{\sqrt{(2-a+1)(2-a-a)}}{2-a-2}$$

$$\frac{\sqrt{2(a+3)}}{a} = - \frac{\sqrt{(3-a)(2-2a)}}{-a}$$

$$\sqrt{2(a+3)} = \sqrt{(3-a)(2-2a)}$$

$$2(a+3) = 6 - 8a + 2a^2$$

$$0 = 2a^2 - 10a$$

$$0 = 2a(a-5)$$

$$\underline{a > 2} \quad \cancel{a=0} \quad \text{or} \quad \underline{a=5} \quad (5)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{(x+1)(x-5)}}{x-2} = \frac{\sqrt{x^2-4x-5}}{x-2} \quad (6)$$

$$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-4x-5}} (x-2) - \sqrt{x^2-4x-5}$$

$$= \frac{(x-2)^2 - (x^2-4x-5)}{\sqrt{x^2-4x-5}}$$

$$= \frac{9}{(x-2)^2 \sqrt{x^2-4x-5}}$$



**קידום**  
לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ד

# פתרון בגרות במתטיקה

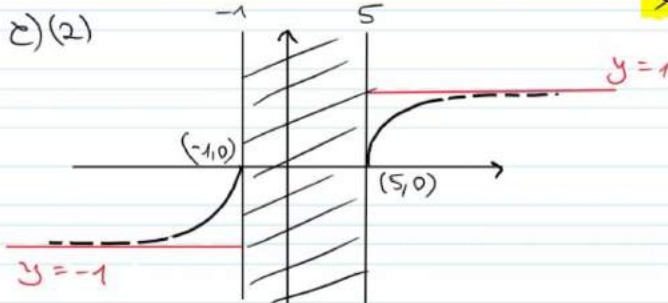


$$f'(x) = \frac{3}{(x-2)^2 \sqrt{x^2-4x-5}} > 0$$

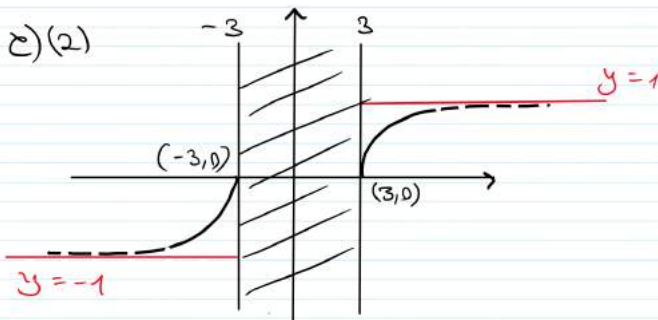
(א) (ב)

תחום עלייה:  $x < -1$  או  $x > 5$

תחום ירידה: אין



(ב) הסבה אופקית שמאלה:



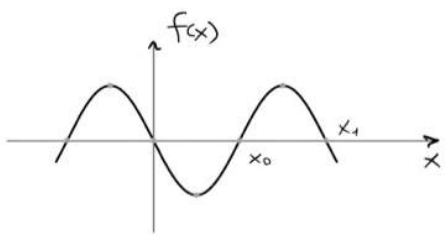
**קיודום**  
לד תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמי"ד

# פתרון בגרות במתמטיקה



שאלה 7



$y = a \sin(2x)$  (1) (א)

חייב להיות  $\sin(\cdot)$   
כי  $\cos(0) = 1$   
ובחזית ה II כי תחומי  
העליה והירידה הפוכים

שתחומי עליה וירידה של  $\sin$   
כפולני התקדמ  $a < 0$  ע"מ לשקף את היעק'  
סקיב ציור ה-x

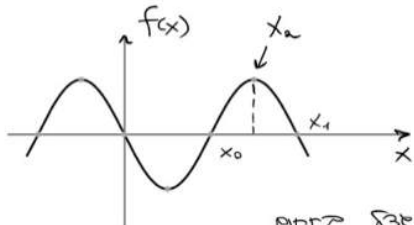
(2) כפ שהסגרתו ה א א  $a < 0$

(3)  $a \sin 2x = 0$

$2x = \pi \cdot k$   
 $x = \frac{\pi}{2} k$   
 $x_0 = \frac{\pi}{2}$   
 $x_1 = \pi$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} a \sin 2x \, dx = \left. -\frac{a \cos 2x}{2} \right|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \left( -\frac{1}{2} a \cos(2\pi) \right) - \left( -\frac{1}{2} a \cos(\pi) \right) = \left( -\frac{1}{2} a \right) - \left( \frac{1}{2} a \right) = -a$$

השטח הוא  $-a$



(4)  $S(t) = \int_{x_0}^t f(x) \, dx$

$x_0 \leq t \leq x_1$

שם III נפסד מניחת כי השטח שצבם קטנות  
השטח וזמן האינטגרל צב

\* ניתן עריאת שער לק' הקצבון  $(x_2)$  קצבם הצבילה חיובי  $(S''(t) > 0)$

(עבור כפ תצופה גז השטח הכפוא בין היפוק', ציור ה א ויה' אורק קבועה א א  
הדפק וצד)

\* ו מ -  $x_2$  א צ ג א קורה היפוק כפומר קצבם הצבילה שלילי  $(S''(t) < 0)$ .

עבור כפ תצופה של גז השטח הכפוא בין היפוק', ציור ה א (יה' אורק קבועה א א  
הדפק וצד)

העקומה שמתארת קצבם הצבילה חיובי וא צ שלילי. היא

שם I  $f(x)$

תשובה  
סגרת

# פתרון בגרות במתמטיקה



שאלה 8

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40}{x+2} = \frac{(x^3 - 21x + 20)(x+2)}{(x+2)}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 21x + 20 \\ x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 \quad | \quad x+2 \\ \hline -x^4 + 2x^3 \\ \hline -21x^2 - 22x + 40 \\ -21x^2 - 42x \\ \hline 20x + 40 \\ 20x + 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

$x+2$  (1) (2)  
שני איברים  
שניהם  
(-2, 54)

$x+2$  לקיב  $f(x) = g(x)$  (1) (2)

$$g'(x) = 3x^2 - 21 = 0$$

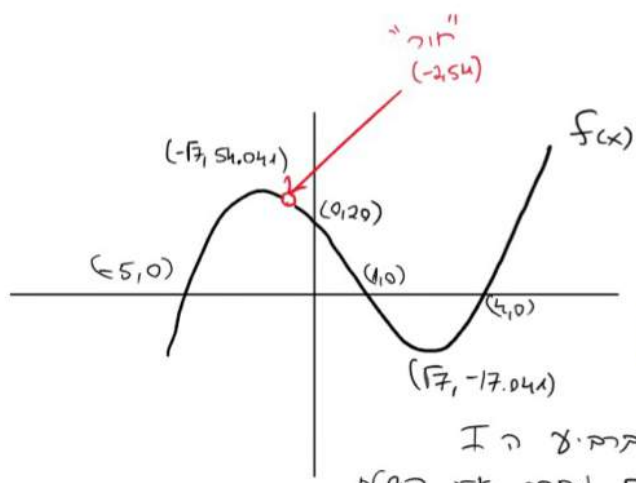
x		$-\sqrt{7}$		-2		$\sqrt{7}$	
$g'(x)$	+		-	↑	-		+
$g(x)$	↗		↘	↗	↘		↗

$$3x^2 = 21$$

$$x^2 = 7 \rightarrow x = \pm\sqrt{7}$$

הינה  $f(x)$   
על ציר

$(\sqrt{7}, -17.041) \min$   
 $(-\sqrt{7}, 57.041) \max$



הגילוי  $\int_0^t f(x) dx$

מקבלים ערך מינימום כאשר  $t=4$

על  $t=1$  האנטלרם **סוכים**

את השלד בין  $f(x)$  והצירים בקובץ ה I  
מ  $t=1$  על  $t=4$  האנטלרם נחסה את השלד

שמשת עסקומה כוסר ב  $t=4$  הוא **נחסה** את כס השלד  
בין  $f(x)$  עובר ה-  $x$  בקובץ ה III ובק נאיע **עסקומה** ה מינימום  
כאשר  $t > 4$  האנטלרם נחסק **עסקומה** את השלד שמס ציר ה  $x$   
עלן הוא צרם.