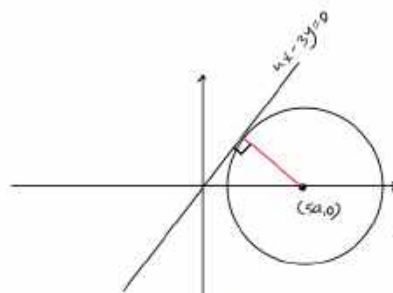


פתרון בגרות במתטיקה



- מספר יח"ל ← 5 יח"ל
- מספר שאלון ← 582
- תאריך בחינה ← 27/7
- שעת בחינה ← 14:30
- כותב/ת הפתרון ← עין שחר

שאלה 1 582
Monday, July 27, 2020 2:43 PM



$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (k)$$

$$d = R = \frac{|4 \cdot 5a - 3 \cdot 0|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

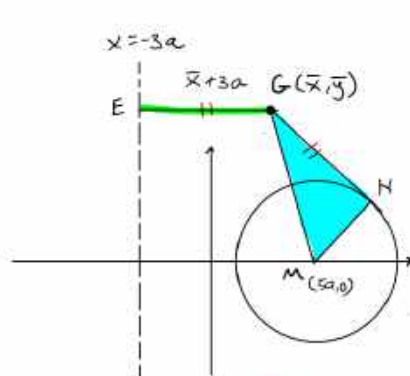
$$R = \frac{|20a|}{5}$$

$a > 0$

$$R = \frac{20a}{5}$$

$$R = 4a$$

$$(x - 5a)^2 + y^2 = 16a^2$$



$$GE = \bar{x} + 3a$$

$$MK^2 + GK^2 = GM^2$$

$$(2a)^2 + GK^2 = (\sqrt{(\bar{x} - 5a)^2 + (\bar{y} - 0)^2})^2$$

$$16a^2 + GK^2 = \bar{x}^2 - 10a\bar{x} + 25a^2 + \bar{y}^2$$

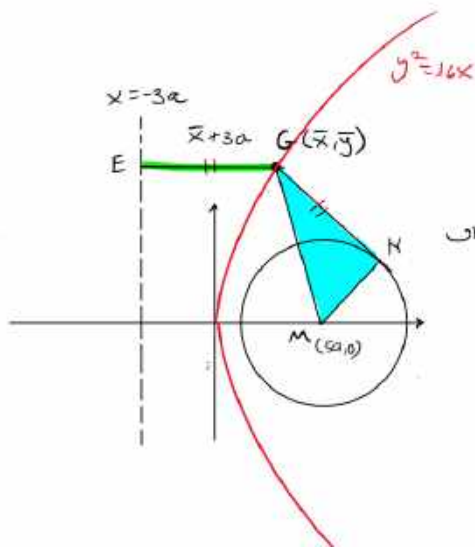
$$GN = \sqrt{\bar{x}^2 - 10a\bar{x} + 9a^2 + \bar{y}^2}$$

$$GK = GE$$

$$\sqrt{\bar{x}^2 - 10a\bar{x} + 9a^2 + \bar{y}^2} = \bar{x} + 3a \quad (l)^2$$

$$\bar{x}^2 - 10a\bar{x} + 9a^2 + \bar{y}^2 = \bar{x}^2 + 6a\bar{x} + 9a^2$$

פתרון בגרות במתטיקה

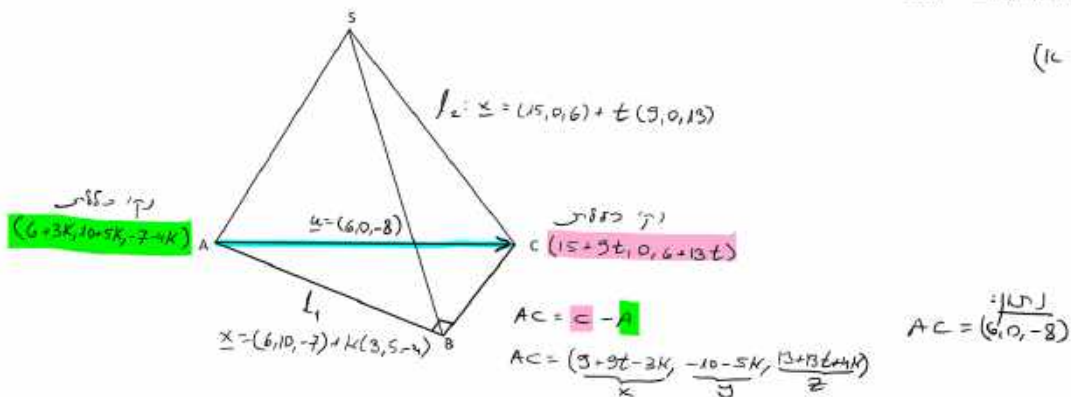


$y^2 = 16ax$
 מרכז של הנוקליד $(4a, 0)$

1) כנסו קודם ראש שאתו של GK
 הוא $x + 3a$ (א קבלו, $x \geq 0$)
 כדי שאיזכר שה יהיה מינימום x צריך δ יורד
 מינימום: כולט $x = 0$
 $G(0, 0)$
 $(GK = 3a)$ מינימום
 אם הנתן שיהיה $GK = 7.5$
 כולט $3a = 7.5$
 $a = 2.5$

שאלה 2 582

3:08 PM Monday, July 31, 2023



$$\begin{cases} 9 + 3t - 3k = 6 \\ -10 - 5k = 0 \\ 13 + 13t + 4k = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 + t - k = 2 \\ k = -2 \\ 13 + 13t - 8 = -8 \end{cases}$$

$k = -2$
 $3 \cdot 1 \rightarrow$

$$\begin{cases} 3 + t + 6 = 6 \rightarrow t = -1 \\ 13 + 13t - 8 = -8 \rightarrow t = -1 \end{cases}$$

$C(15 + 3t, 0, 6 + 13t) \rightarrow C(6, 0, -7) \quad (t = -1)$
 $A(6 + 3k, 10 + 5k, -7 + k) \rightarrow A(0, 0, 1) \quad (k = -2)$

פתרון בגרות במתטיקה



(א)

$l_1: x = (4, 0, 6) + t(3, 0, 13)$
 $l_2: x = (6, 0, -7) + k(3, 5, -4)$
 $B = (6+3k, 10+5k, -7-4k)$

$A \cdot B + B \cdot C$
 $\vec{AB} + \vec{BC} = 0$

$(6+3k, 10+5k, -7-4k) \cdot (-3k, -10-5k, 4k) = 0$
 $-18k - 9k^2 - 100 - 100k - 25k^2 - 32k - 16k^2 = 0$
 $-50k^2 - 150k - 100 = 0$
 $k^2 + 3k + 2 = 0$

$(k+1)(k+2) = 0$
 $k = -1$ ~~$k = -2$~~
 $B(3, 5, -3)$ ~~$B(0, 0, 1)$~~
 \therefore δ_{AB}

(ב)

$h(AB, C)$: \vec{h}

$\vec{BC} \cdot \vec{h} = 0$ $(3, -5, -4)(A, B, C) = 0$
 $\vec{AB} \cdot \vec{h} = 0$ $(3, 5, -4)(A, B, C) = 0$

$3A - 4C = 0$ $3A + 5B - 4C = 0$
 $C = \frac{3}{4}A \rightarrow h = (A, 0, \frac{3}{4}A) / \frac{A}{4} \rightarrow h' = (4, 0, 3)$

פתרון בגרות במתטיקה



(0,0,1) ז'ב) $\pi: 4x + 3z + D = 0$

ז) $\pi: 4x + 3z - 3 = 0$ כ'סו'ק' $D = -3$ ו'ק'ב

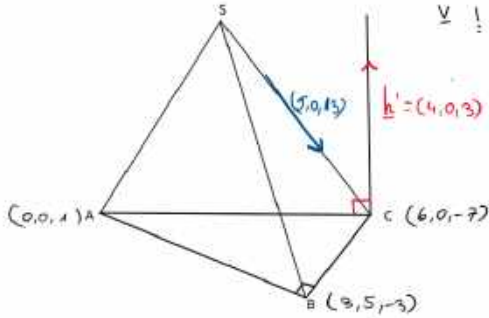
זווי'ת ב'ן ג' י'סו'י'ג ש'וק'ל'ח'י ה'כיו'ן ש'ל'ת'ם ה'י'ת ! \angle

$$\cos \theta = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

$$\cos \theta = \frac{|(4,0,3) \cdot (9,0,13)|}{\sqrt{4^2+3^2} \sqrt{9^2+13^2}} = \frac{75}{25\sqrt{10}}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$\theta = 18.43^\circ$



שאלה 3

- $z_1 = 2 \operatorname{cis}(0^\circ)$
- $z_2 = 2 \operatorname{cis}(72^\circ)$
- $z_3 = 2 \operatorname{cis}(144^\circ)$
- $z_4 = 2 \operatorname{cis}(216^\circ)$
- $z_5 = 2 \operatorname{cis}(288^\circ)$

$z^5 = 2^5$ (1)

$z^5 = 2^5 \operatorname{cis}(0^\circ)$

$z^k = 2^5 \operatorname{cis}(0^\circ + 360^\circ k) / \sqrt[n]{5}$

$z_k = 2 \operatorname{cis}(72^\circ k)$

$z^n = 2^n \operatorname{cis}(0^\circ + 360^\circ k) / \sqrt[n]{n}$ (2)

$z_k = 2 \operatorname{cis}\left(\frac{360^\circ}{n} k\right)$

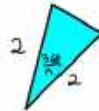
ה'מ'פ'ו'ל' ה'מ'ס'ב'ו'ל' ה'ז'ו'ט

מ'ה' n מ'ש'ו'ט'י'ם ש'ו'י'

ש'וק'י'ם ב'ע'ד' זווי'ת ה'א'ש ש'ל'

2 ו'ש'ק ש'ל' $\frac{360^\circ}{n}$

ו'כ'ן ש'כ' כ'ם מ'ש'ו'ט י'ת' ה'



$\sum \operatorname{cis}(0^\circ) \rightarrow \frac{2^5 \sin(\frac{360^\circ}{n})}{2} \rightarrow \sum \operatorname{cis}(0^\circ) = 2^5 \sin(\frac{360^\circ}{n})$

פתרון בגרות במתטיקה



$$\frac{2n \sin(\frac{360}{n})}{2n} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin(\frac{360}{n}) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{360}{n} = 150^\circ - 360^\circ k \quad \text{or} \quad \frac{360}{n} = 30^\circ + 360^\circ k$$

$$\frac{n}{360} = \frac{1}{150+360k} \quad \text{or} \quad \frac{n}{360} = \frac{1}{30+360k}$$

$$n = \frac{360}{150+360k} \quad \text{or} \quad n = \frac{360}{30+360k}$$

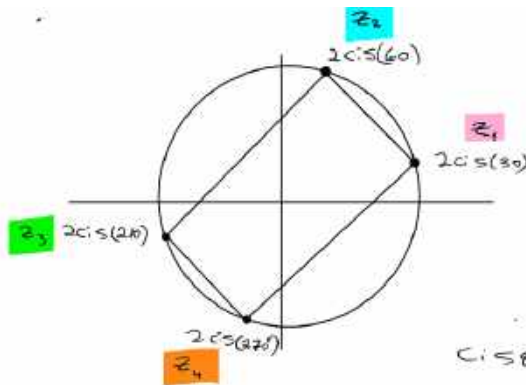
$$n = \frac{12}{5+12k} \quad \text{or} \quad n = \frac{12}{1+12k}$$

(א) $n=12$

ידוע ש- n מספר טבעי (ליים אם צלול)
 כלומר צריך ה- x היחיד שבטורו נקרא n אצל
 הוא $k=0$ $\leftarrow n=12$

(ב) אם המספר של a ! b זה אומר ש:

- I נטה חזק יותר \leftarrow זכר I
- II \leftarrow II
- III נטה שלילי \leftarrow זכר III



$$z^2 = 2^2 \text{cis}(0+360k) \quad (2)$$

$$z = 2 \text{cis}(30^\circ k)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= 2 \text{cis}(30^\circ) \\ z &= 2 \text{cis}(60^\circ) \end{aligned} \right\} \text{זכר I}$$

$$\left. \begin{aligned} z &= 2 \text{cis}(210^\circ) \\ z &= 2 \text{cis}(240^\circ) \end{aligned} \right\} \text{זכר III}$$

כאשר נסתם את הקדמים $a - \text{cis } \theta$
 אוסיים עם קצת קצת 0° .
 בדי שבצורה העליון יקבלו צדדים נדרוש

פתרון בגרות במתטיקה



כדי ששתי הנקודות יהיו זהות נדרש

$$\operatorname{Im}(z_1 \cdot cis \theta) = \operatorname{Im}(z_2 \cdot cis \theta)$$

$$\operatorname{Im}(2cis(30+\theta)) = \operatorname{Im}(2cis(60+\theta))$$

$$\cancel{2} \sin(30+\theta) = \cancel{2} \sin(60+\theta)$$



$$\cancel{30+\theta = 60+\theta+360^\circ k} \quad \text{ל} \quad 30+\theta = 180 - (60+\theta) + 360^\circ k$$

$$2\theta = 90^\circ + 360^\circ k$$

$$\theta = 45^\circ + 180^\circ k$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$0 \leq \theta \leq 90$$

נדרש: האבססיס יהיו שווים

$$\operatorname{Im}(z_3 \cdot cis \theta) = \operatorname{Im}(z_2 \cdot cis \theta)$$

$$\operatorname{Im}(2cis(210+\theta)) = \operatorname{Im}(2cis(60+\theta))$$

$$\sin(210+\theta) = \sin(60+\theta)$$

$$210+\theta = 180 - (60+\theta) + 360^\circ k$$

$$2\theta = -90 + 360^\circ k$$

$$\theta = \cancel{-45^\circ} + 180^\circ k$$

$$0 \leq \theta \leq 90^\circ \quad \text{ל} \quad \theta = 135^\circ$$



קידום
לך תצטיין

פסיכומטרי בגרות מבחן אמ"ד

פתרון בגרות במתטיקה



שאלון 582 שאלה 4

4:30 PM Monday, July 27, 2020

$$f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - ae^x + 3} \rightarrow x=0 \text{ נקודת מנייה (1) (א)}$$

$$e^0 - ae^0 + 3 = 0$$

$$1 - a + 3 = 0$$

$$a = 4$$

$$f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 4e^x + 3}$$

$$e^{2x} - 4e^x + 3 \neq 0$$

$$\swarrow \searrow$$

$$e^x \neq 1 \quad e^x = 3$$

$$x \neq 0, \quad x \neq \ln 3 \quad \text{ז.ת.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{0^+}{0^+ - 4 \cdot 0^+ + 3} = 0^+$$

$y=0$	$y=2$	(2)
$x \rightarrow -\infty$	$x \rightarrow \infty$	
$x=0$	$x=\ln 3$	

$$f'(x) = \frac{4e^{2x}(e^{2x} - 4e^x + 3) - 2e^{2x}(2e^{2x} - 4e^x)}{(e^{2x} - 4e^x + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4e^{2x}(e^{2x} - 4e^x + 3 - e^{2x} + 2e^x)}{(e^{2x} - 4e^x + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4e^{2x}(3 - 2e^x)}{(e^{2x} - 4e^x + 3)^2} = 0 \rightarrow e^x = 1.5$$

$$x = \ln(1.5)$$

פתרון בגרות במתטיקה

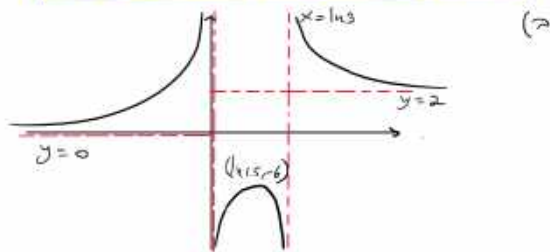


x		0		$\ln(1.5)$		$\ln(3)$	
$f'(x)$	+	/	+	0	-	/	-
$f(x)$	↗	/	↗		↘	/	↘

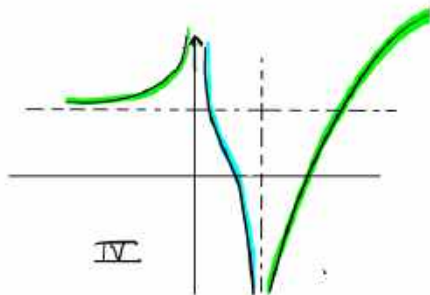
$(\ln(1.5), -6) \max$

$$f(\ln(1.5)) = \frac{2 \cdot (\ln(1.5))^2}{(\ln(1.5))^2 - 4 \cdot \ln(1.5) + 3} = -6$$

(3) תחום עלייה: $0 < x < \ln(1.5)$ כי $x < 0$
 תחום ירידה: $\ln(1.5) < x < \ln(3)$ כי $x > \ln(3)$



(2) אם תחום ההגדלה של $f(x)$ נשט לנסות את תחום ההגדלה של הפונקציה הקבוצה



כדי להבין את $f(x)$ IV

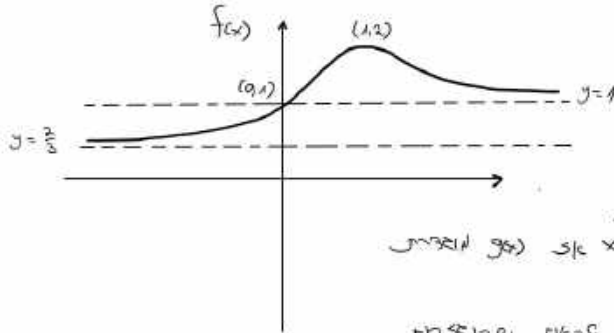
(9) אם $x = \ln(3)$ אז $f(x)$ היא הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4x + 3}$ שיש לה נקודת מינימום ב- $x = \ln(3)$ כי $f'(x) = 0$ ו- $f''(x) > 0$ ב- $x = \ln(3)$.

פתרון בגרות במתטיקה



שאלון 582 שאלה 5

5:10 PM Monday, July 27, 2020



(א) $\delta = \epsilon$ (אם נתון, ואם לא נתון, אולי יהיה נתון) אפסית קטנה שיהיה! (אם חיובית, לפי x אולי הפוך) $\delta = \epsilon$

(ב) $f'(x) = \frac{f(x)}{x}$ ← ניתן לדאוג שהנשואים של $f(x)$ יהיו אפסית? אפסית אולי טובי x . כמו כן, הן הפונקציות אולי סיומן ולכן: $\delta = \epsilon$ יש קצת δ יש $\delta = \epsilon$ $\leftarrow \max(1, \delta) = \delta$

$\max(a, b)$

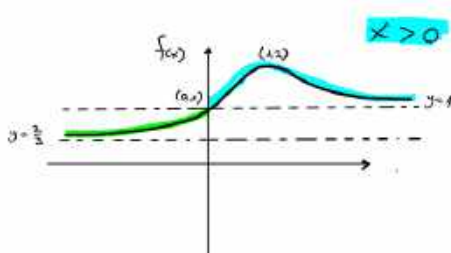
$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \ln(f(x)) = \ln(1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \ln(f(-\infty)) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

(ג)

$$y = 0 \quad x \rightarrow \infty$$

$$y = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \quad x \rightarrow -\infty$$

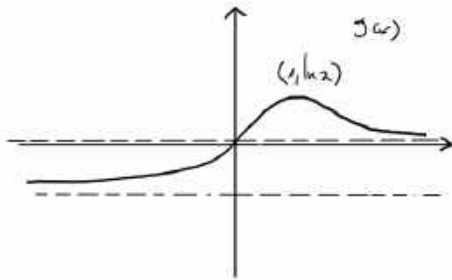


(ד) • $f(x)$ חיובית כאשר $f(x) > 0$ $x > 0$
 • $f(x)$ שלילית כאשר $0 < f(x) < 0$
 • כיונה כאשר $x < 0$

(ה)

$x > 0$	שפ חיובית
$x < 0$	שפ שלילית

פתרון בגרות במתמטיקה



g(x) = ln(x) (5)

$$h(x) = f(x) - g(x) = f(x) - \ln(f(x))$$

$$h'(x) = f'(x) - \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$h'(x) = f'(x) \left(1 - \frac{1}{f(x)}\right) = 0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$f'(x) = 0 \qquad f(x) = 1$$

$$x=1 \qquad (f \text{ & } f' \text{ at } x=0)$$

$$h(x) = f(x) - g(x) \qquad h(0) = f(0) - g(0)$$

$$h(1) = 2 - \ln(2) \qquad h(0) = 1 - 0$$

קבוצת סגור וקיפוף סגור. מקסימום (0, 1) מינימום (0, 1) max

$$\frac{f(x_*) - g(x_*)}{1} = 1$$

$$\downarrow$$

$$h(x_*) = 1$$

בנק' הממוקם של h(x) (x=0) מינימום

פתרון בגרות במתמטיקה



פתרון בגרות במתמטיקה



פתרון בגרות במתמטיקה



פתרון בגרות במתמטיקה

