

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליכם לענות על **חמש** שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיקו את השאלה; סמנו את מספרה בלבד.
(2) התחילו כל שאלה בעמוד חדש. רשמו במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבירו את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: הסבירו את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 96 ק"מ.

ביום ראשון יצא רונן מיישוב A ורכב על קטנוע במהירות קבועה לכיוון יישוב B.

באותו יום ובאותה שעה יצא דני מיישוב B ורכב על אופניים לכיוון יישוב A במהירות קבועה.

באותו יום חלפו רונן ודני זה על פני זה שעה אחרי שיצאו לדרך.

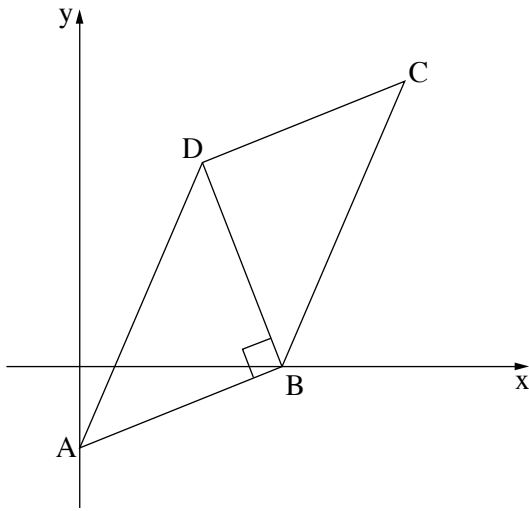
ביום שני יצא דני מיישוב B לכיוון יישוב A. שעה לאחר מכן יצא רונן מיישוב A לכיוון יישוב B.

שניהם רכבו באותו המסלול ובאותה המהירות שבה רכבו ביום ראשון.

בדיוק כאשר עבר דני מרחק של 42 ק"מ, חלפו רונן ודני זה על פני זה.

א. מצאו את מהירות הרכיבה של רונן ואת מהירות הרכיבה של דני.

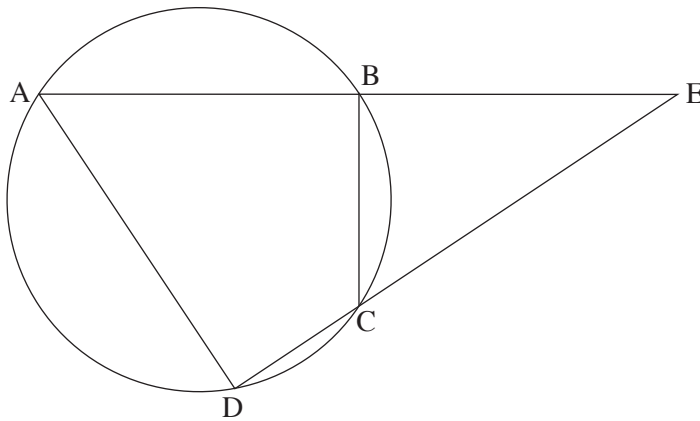
ב. מה היה המרחק של דני מיישוב A כאשר הגיע רונן ליישוב B ביום שני?



2. נתונה מקבילית ABCD .
 הקודקוד B נמצא על ציר ה- x .
 האלכסון DB מאונך לצלע AB (ראו ציור).
 נתון: $A(0, -8)$,
 משוואת DC היא: $y = \frac{2}{5}x + 21$.
 א. מצאו את שיעורי הקודקוד B .
 ב. מצאו את משוואת DB .
 חוסמים את המשולש ABD במעגל.
 ג. מצאו את משוואת המעגל.
 ד. האם הישר BC משיק למעגל בנקודה B ? נמקו.

3. בבית מחסה לבעלי חיים מטפלים בכלבים ובחתולים בלבד.
 40% מבעלי החיים בבית המחסה הם חתולים, והשאר הם כלבים.
 מחצית מבעלי החיים בבית המחסה הם בוגרים, והשאר הם צעירים.
 מספר הכלבים הצעירים בבית המחסה גדול פי 2 ממספר הכלבים הבוגרים שם.
 א. בוחרים באקראי בעל חיים מבין כל בעלי החיים בבית המחסה. מהי ההסתברות שייבחר כלב בוגר?
 ב. בוחרים באקראי חתול מבין כל החתולים בבית המחסה. מהי ההסתברות שייבחר חתול בוגר?
 נתון כי בבית המחסה יש 14 כלבים בוגרים.
 ג. כמה חתולים יש בבית המחסה?
 משפחת לוי החליטה לאמץ שני חתולים מבית המחסה.
 היא בחרה באקראי, זה אחר זה (ללא החזרה), בשני חתולים מבין כל החתולים שבבית המחסה.
 ד. מהי ההסתברות ששני החתולים שבחרה משפחת לוי הם בוגרים?
 בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. מרובע ABCD חסום במעגל.

המשכי הצלעות AB ו-DC

נחתכים בנקודה E (ראו ציור).

א. הוכיחו: $\angle BAD = \angle BCE$.

ב. הוכיחו: $\triangle DEA \sim \triangle BEC$.

נתון: $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$,

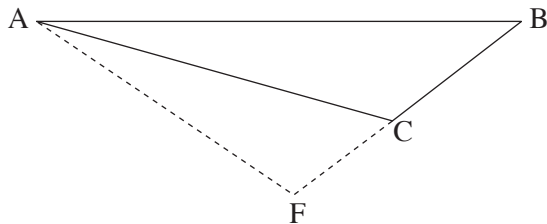
$AB = 7.5$, $CE = 9$

ג. מצאו את אורך הצלע BE.

נתון: $\angle BDC = \angle BEC$.

ד. (1) הוכיחו כי המשולש ACE הוא שווה שוקיים.

(2) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.



5. נתון משולש ABC (ראו ציור).

הצלע AB גדולה פי 3 מן הצלע BC.

נתון: $\angle ACB = 130^\circ$.

א. מצאו את גודל הזווית $\angle BAC$.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא 23.

ב. מצאו את אורך הצלע BC.

האריכו את BC עד לנקודה F, כמתואר בציור, כך ש- $FC = 4$.

ג. חשבו את אורך AF.

הנקודה M נמצאת על AF, כך ש- CM חוצה את הזווית ACF.

ד. (1) מצאו את גודל הזווית $\angle CAF$.

(2) חשבו את אורך חוצה הזווית, CM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה: $f(x) = \frac{2x - b}{x - 8} + 1$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 2.5)$.

ב. מצאו את b .

הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

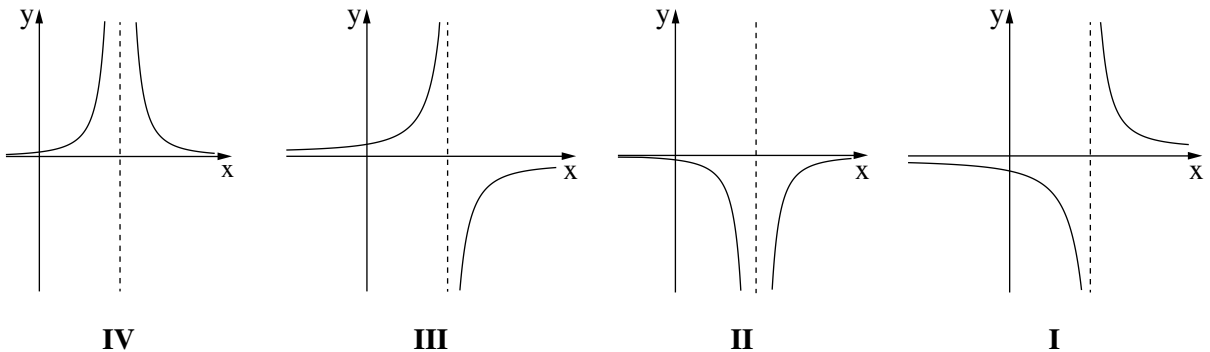
ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ז. (1) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 2$, על ידי ציר ה- x ועל

ידי ציר ה- y .



7. נתונה הפונקצייה: $f(x) = (x - 6) \cdot \sqrt{2x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

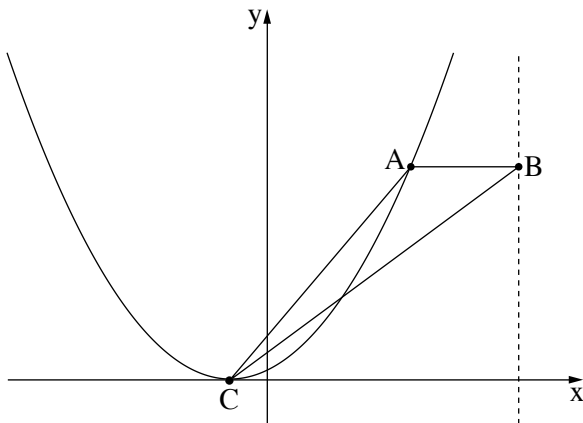
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקצייה $f(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמקו.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = (x + 1)^2$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר $x = 9$, מימין לנקודה A,

כך ש- AB מקביל לציר ה- x (ראו ציור).

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות A ו- B .

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות t את שטח המשולש ABC.

ג. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC

הוא מקסימלי.

בהצלחה!