

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך — $25 \times 4 = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

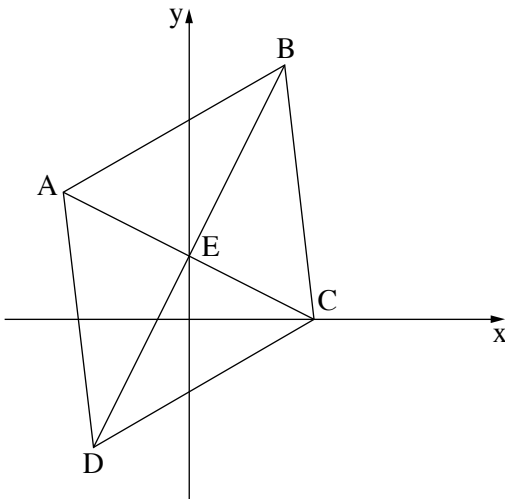
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1. הדרך בין ביתו של ארז ובין ביתה של קרן היא מסלול ישר שאורכו 36 ק"מ. ביום א' בשעה 7:00 יצא כל אחד מהם מביתו ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון ביתו של האחר. הם נפגשו בשעה 8:20. ביום ב' שוב יצאו ארז וקרן מביתם ורכבו על אופניים זה לכיוונו של זה. ארז יצא מביתו בשעה 7:00, ואילו קרן יצאה מביתה בשעה 7:45. כל אחד מהם רכב באותה מהירות שבה רכב ביום א'. בזמן שנפגשו היה ארז במרחק 21 ק"מ מביתו.
- א. מצא את מהירות הרכיבה של ארז ואת מהירות הרכיבה של קרן.
 ב. באיזו שעה הם נפגשו ביום ב'? נמק.
 ג. באיזו שעה ביום ב' היה המרחק בין ארז לבין קרן 13.5 ק"מ לפני שהם נפגשו? נמק.



2. המרובע ABCD המתואר בציר שלפניך הוא מעוין. הנקודה B נמצאת ברביע הראשון. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E הנמצאת על ציר ה-y. נתון: $C(4, 0)$;
- שיפוע הישר BD הוא 2.
- א. (1) מצא את שיעורי הנקודה E.
 (2) מצא את משוואת הישר BD.
- נתון: שטח המשולש BEC הוא 15.
- ב. (1) מצא את אורך הקטע BE.
 (2) מצא את שיעורי הנקודה B.
- ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AEB.

3. בקופסה יש 20 כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, לבן ושחור.

נתון: 40% מן הכדורים שבקופסה אדומים.

מספר הכדורים השחורים בקופסה גדול פי 3 ממספר הכדורים הלבנים בקופסה.

א. מהי ההסתברות להוציא מן הקופסה באקראי כדור לבן?

ב. הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו והוציאו שוב באקראי כדור מן הקופסה.

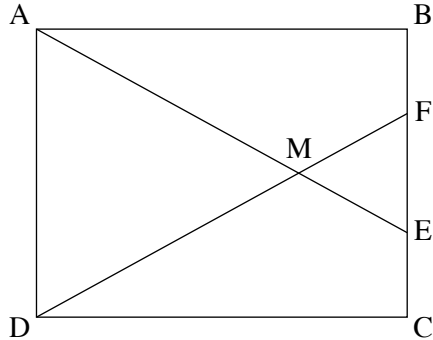
מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

ג. מתוך הקופסה שבה 20 הכדורים הוציאו באקראי בזה אחר זה שני כדורים ללא החזרה.

(1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

(2) אם ידוע ששני הכדורים שהוציאו הם בצבעים שונים, מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו הוא לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המרובע ABCD הוא מלבן.

הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע BC, כמתואר בציור.

הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה M.

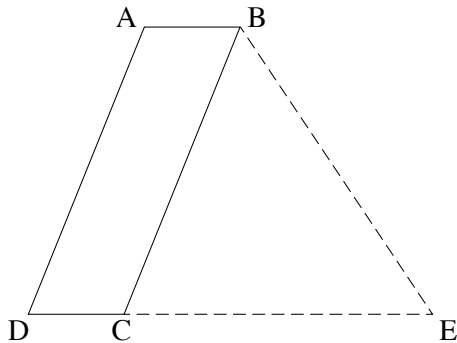
א. הוכח: $\triangle AMD \sim \triangle EMF$.

נתון: $AE = DF$.

ב. הוכח: $BF = EC$.

נתון: $AD = 10$, $FB = 3$.

ג. חשב את היחס: $\frac{DF}{DM}$.



5. נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.

נתון: $\angle ABC = 68^\circ$, $AB = a$, $AD = 3a$, $BD = 28$.

א. מצא את a .

ב. חשב את זוויות המשולש DBC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.

נתון: שטח המשולש BED הוא 356.

ג. מצא את אורך הקטע CE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-1}{x+2} + \frac{k}{x+6}$. k הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -3$.

א. מצא את הפרמטר k .

הצב $k = 9$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

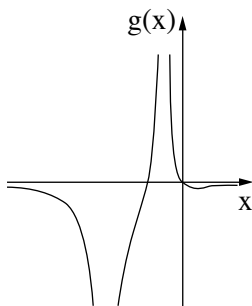
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

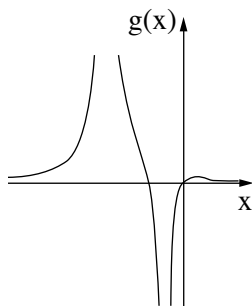
(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f'(x)$.

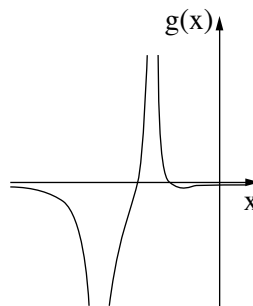
ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$. קבע איזה, ונמק את קביעתך.



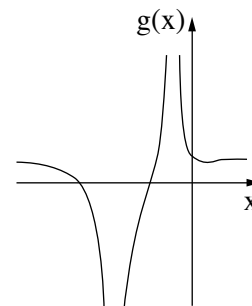
IV



III

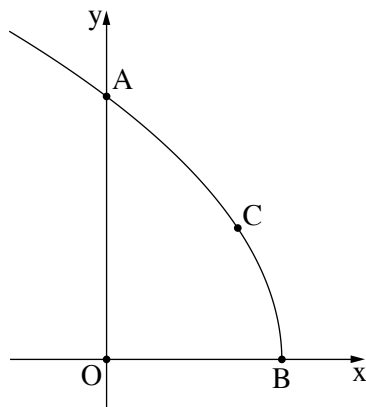


II



I

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \cdot (2x - 1)$ המוגדרת לכל x .
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - חשב את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.
- נסמן ב- S את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי האנך לציר ה- x העובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה.
- בכמה גדול השטח S מן השטח שחישבת בסעיף ד? נמק.



8. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot \sqrt{9 - 3x}$.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה B. הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון (ראה ציור). הנקודה O היא ראשית הצירים.
 - נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C.
 - הבע באמצעות t את שטח המשולש AOC ואת שטח המשולש BOC.
 - מצא בעבור איזה ערך של t סכום שטחי המשולשים הוא מקסימלי.
 - מצא את הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים.

בהצלחה!