

מתמטיקה 4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. דניאלה קנתה מקרר בתשלומים חודשיים. התשלום הראשון הוא 700 שקלים, ולאחר מכן כל תשלום נמוך ב- 30 שקלים מן התשלום שלפניו.

א. מהו מספר התשלום שבו תשלם דניאלה 280 שקלים?

ב. האם ייתכן שהתשלום האחרון שתשלם דניאלה יהיה תשלום מספר 29? נמק את תשובתך.

2. מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי בסדרת התשלומים של דניאלה ומהו מספר התשלום?

נעמה קנתה מקרר באותו המחיר שבו קנתה דניאלה את המקרר שלה, אך שילמה עליו ב- 30 תשלומים חודשיים שווים של 280 שקלים כל תשלום.

ג. בכמה תשלומים קנתה דניאלה את המקרר שלה?

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle CAB = 90^\circ$ (ראה סרטוט). נתון: $AB = 9$, $AC = 12$.

הזווית שבין המקצוע הצדדי SB ובין הבסיס ABC שווה ל- 30° .

א. חשב את גובה הפירמידה, SO.

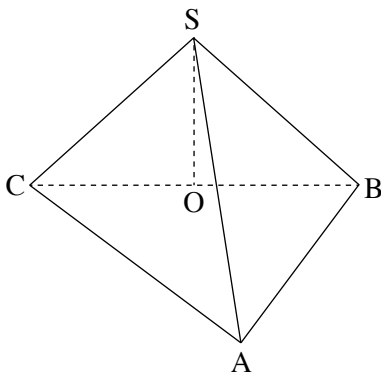
ב. חשב את נפח הפירמידה.

נתון: נקודה M היא אמצע הצלע AB.

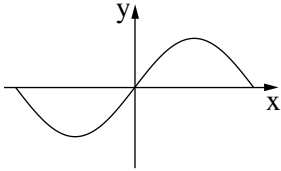
נקודה E נמצאת על הקטע OM כך שמתקיים: $OE = 2 \cdot EM$.

ג. מצא את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

ד. חשב את שטח המשולש SEM.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה



3. הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתון כי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בשלוש נקודות בדיוק:

$$\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), (0, 0), \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

נתון: $f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

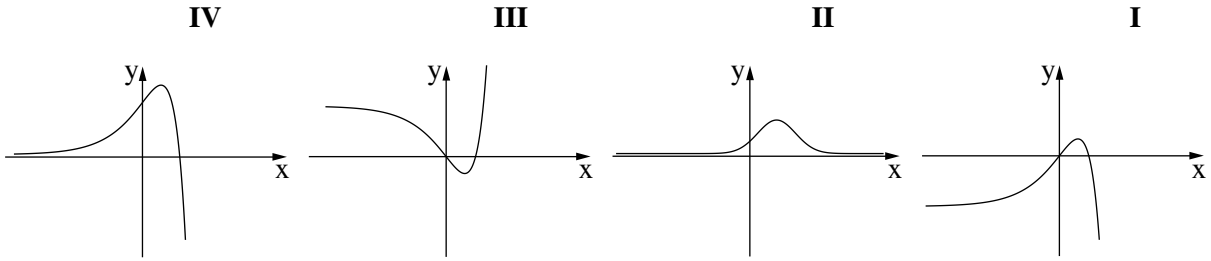
העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x הנמצאת מימין לראשית הצירים, ומשיק נוסף בנקודת המינימום שלה.

ה. מצא את שיעורי נקודת המפגש של שני המשיקים.

בתשובתך דייק 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = -e^{2x} + 4e^x - 3$ המוגדרת לכל x .

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם ונמק את קביעתך.



נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + b$. b הוא פרמטר.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

- ד. מצא את משוואת המשיק (הבע באמצעות b).
- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי המשיק שמצאת בסעיף ד ועל ידי ציר ה- y .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x \cdot \ln(ax)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = \frac{1}{3e}$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$, וענה על הסעיפים ג-ו שלפניך.

- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצא את שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתונה הפונקציה $g(x)$ שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה $f(x)$. פונקציית הנגזרת $g'(x)$ מקיימת: $g'(x) = -f(x)$. האם לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון? אם כן – מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה. אם לא – נמק.

בהצלחה!