

## השאלות

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בכפר נופש יש שתי בריכות: בריכה א' ובריכה ב'.

הנפח של בריכה א' הוא  $V_1$  והנפח של בריכה ב' הוא  $V_2$ .

את הבריכות ממלאים באמצעות 4 צינורות בעלי אותו הספק.

ביום כלשהו שתי הבריכות היו ריקות.

התחילו למלא את בריכה א' באמצעות ארבעת הצינורות. כאשר התמלאה בריכה א' לכדי  $\frac{1}{6}$  מנפחה, העבירו

אחד מן הצינורות לבריכה ב' והתחילו למלא אותה באמצעותו. כאשר התמלאה בריכה א' עד מחציתה, העבירו עוד

שני צינורות למילוי בריכה ב'.

מילוי שתי הבריכות הסתיים באותו הזמן.

כל הצינורות הזרימו מים ללא הפסקה עד שהתמלאו שתי הבריכות.

חשב את היחס  $\frac{V_1}{V_2}$ .

2.  $a_n$  היא סדרה חשבונית שההפרש שלה,  $d$ , שונה מ-0.

נתון:  $a_7 = -a_{17}$ .

א. מצא את  $a_{12}$ .

ב. האם קיים בסדרה איבר שערכו שווה ל- $-a_1$ ? נמק.

(2) מצא מספר טבעי  $n$  שעבורו סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-0.

ג. האם קיים  $n$  טבעי שעבורו:  $a_n \cdot a_{n+1} < 0$ ? אם כן — מצא  $n$  כזה, אם לא — נמק.

ד. האם אפשר לדעת כמה איברים שליליים יש בסדרה? נמק (הבחן בין מקרים שונים).

3. למיכל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש הפאות האחרות כתוב המספר 4.

לגלית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3. מיכל וגלית משחקות משחק בן חמישה סיבובים. המשתתפת שתנצח במספר סיבובים רב יותר מחברתה, תנצח במשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת.

המנצחת בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר.

נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מיכל לנצח את גלית הוא  $\frac{7}{12}$ .

א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובתך.

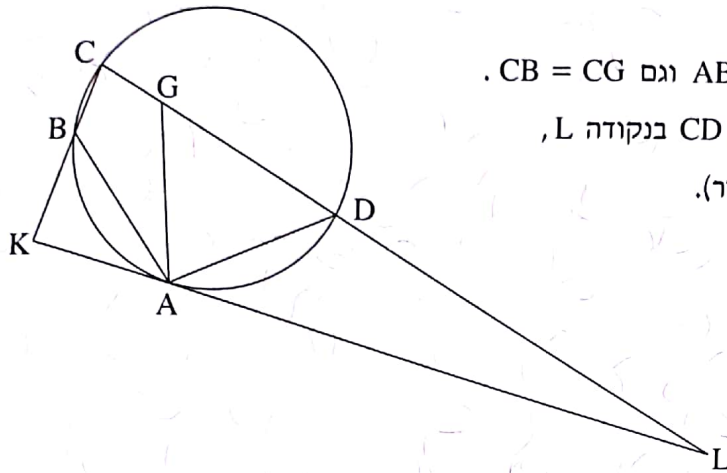
ב. מהו הסיכוי שגלית תנצח במשחק?

ג. מהו הסיכוי של גלית לנצח במשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)**

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. המרובע ABCD חסום במעגל.

הנקודה G נמצאת על הצלע CD כך ש-  $AB = AG$  וגם  $CB = CG$ .

המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה L,

וחותך את המשך הצלע CB בנקודה K (ראה ציור).

א. הוכח כי  $AD = AG$ .

ב. (1) הוכח כי  $\triangle ABK \sim \triangle CDA$ .

(2) הוכח כי  $AD^2 = BK \cdot CD$ .

ג. הראה כי  $\frac{S_{\triangle LDA}}{S_{\triangle KAB}} = \frac{LA}{AK}$ .

5. נתונה מקבילית ABCD. AC הוא האלכסון הארוך, כמתואר בציור.

במשולש ABC חסום מעגל שמרכזו O.

נתון: הנקודה O נמצאת במרחקים 6 ו-3

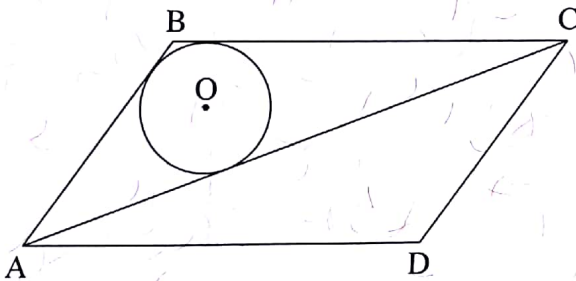
מן הישרים AD ו-AC בהתאמה;

$OA = 10$ .

א. חשב את גודלי זוויות המקבילית.

ב. חשב את אורך האלכסון AC.

ג. חשב את שטח המקבילית.



**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות  
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונות הפונקציות  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$  ,  $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$

ענה על סעיף א עבור התחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$ , המאונכות לציר ה- $x$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ענה גם על סעיף ב עבור התחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .

(2) הוכח:  $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ .

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.

ג. מצא את ערך הביטוי  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ . נמק את תשובתך.

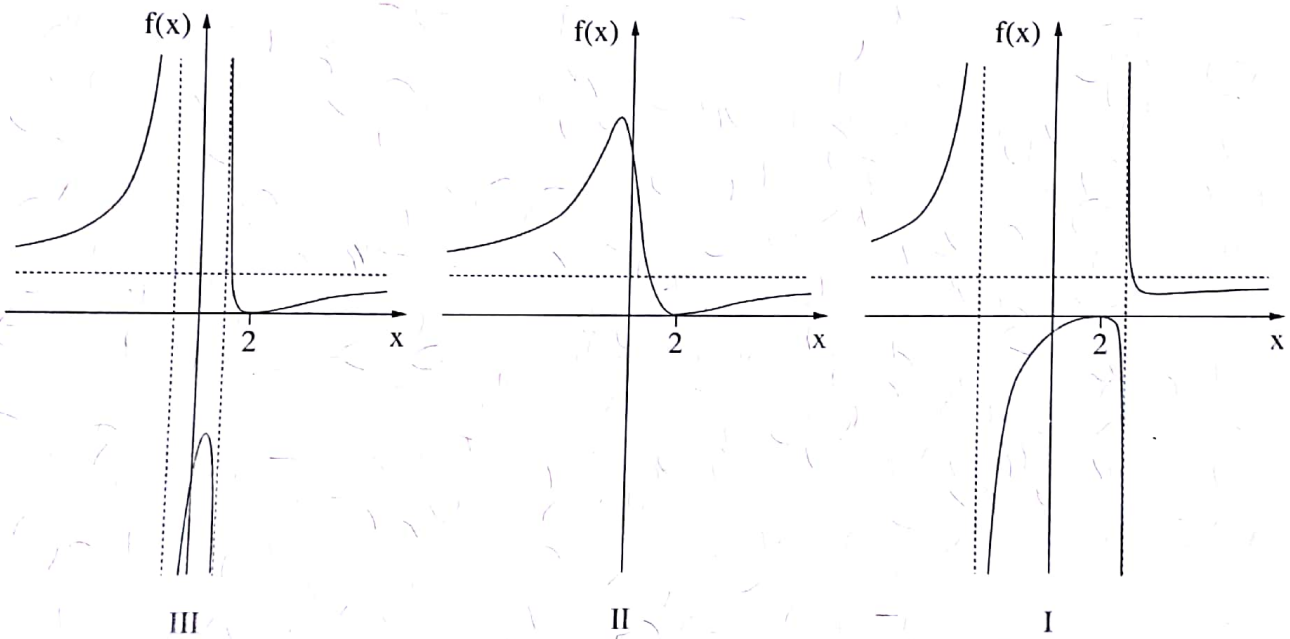
7. נתונה משפחת הפונקציות:  $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-a}$ .  $a$  הוא פרמטר,  $a \neq 0$ ,  $a \neq 4$ .

ענה על סעיף א. הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך. הבחן בין  $a > 0$  ובין  $a < 0$  במידת הצורך.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- (3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המקבילה לציר ה- $x$ .
- (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$  (אם יש כאלה).

ענה על סעיף ב. הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך. הבחן בין  $a > 4$  ובין  $a < 4$  במידת הצורך.

- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ג. לפניך שלושה גרפים אפשריים של הפונקציה  $f(x)$ , כל אחד עבור ערך אחר של  $a$ . כתוב מהו תחום הערכים של  $a$  המתאים לכל אחד מן הגרפים I-III. נמק את תשובתך.



8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{x^3}$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = t$ .

נתון:  $1 \leq t \leq 5$ .

המשיק חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $A$  ואת ציר ה- $y$  בנקודה  $B$ . הנקודה  $O$  היא ראשית הצירים.

א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש  $AOB$  הוא מינימלי.

ב. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש  $AOB$  הוא מקסימלי.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך