

- בגרות ב: מתמטיקה
- מספר יחידות הבגרות: 5 יח"ל
- שם הפרק בבחינה: שאלון שני, 807
- שאלה 3 מתוך 5
- כותבי פתרון הבחינה: מליה מילוא, איתן אביטל, ערן שחר, מורן גבאי, שירי דוברין, צביקה מלכיאלי
- מועד הבחינה: 13/7/17
- שעת הבחינה : 10:00

3. במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC .
- הקדקוד A מתאים למספר המרוכב $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$ ($a > 0$ הוא פרמטר ממשי).
נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.
- א. הבע באמצעות a את המספרים המרוכבים z_2 ו- z_3 המתאימים לקדקודים B ו- C בהתאמה.
- נתון: $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$.
- ב. מצא את a .
- ג. המספר z_1^{6n+5} מתאים לנקודה P במישור גאוס. n הוא מספר שלם.
הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP .

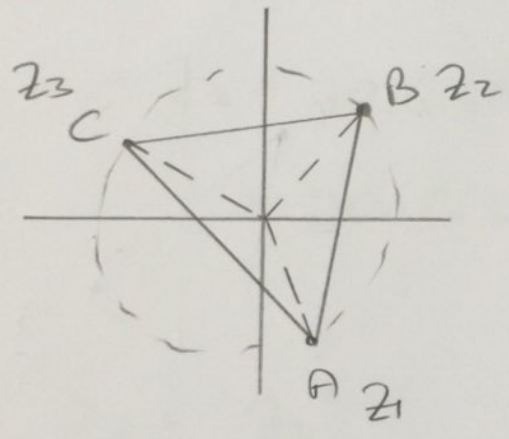
3 דוגמאות

ABC שלשון פשוט במישור המרוכב

$A = z_1 = a - \sqrt{3}a \cdot i$ $0 < a$

הנקודה B

C - הנקודה



הנקודה C

$z_1 = a - \sqrt{3}a i$

$r = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$

$\tan \theta = -\sqrt{3}$

$\theta = -60^\circ$ במישור המרוכב

$z_1 = 2a \cdot \text{cis } 300^\circ$

מכין ב
ש. מכסית
מקרה -30 מע
ב
אז (30) ו
אז 120 = $\frac{360}{3}$

⇓

$$B = z_2 = 2a \cdot \text{cis}(300^\circ + 120^\circ) = 2a \cdot \text{cis}(60^\circ) //$$

$$C = z_3 = 2a \cdot \text{cis}(60^\circ + 120^\circ) = 2a \cdot \text{cis}(180^\circ) //$$

$$z_3 = \frac{z_1^3}{4} \quad ; \quad \text{מ} \quad \cdot \quad \rightarrow$$

$$a = ?$$

⇓

$$2a \cdot \text{cis}(180^\circ) = \frac{(2a \cdot \text{cis}(300^\circ))^3}{4}$$

$$2a \cdot \text{cis}(180^\circ) = \frac{(2a)^3 \cdot \text{cis}(300 \cdot 3)}{4}$$

$$2a \operatorname{cis}(180^\circ) = \frac{8a^3 \cdot \operatorname{cis}(180^\circ)}{4}$$

$$2a \operatorname{cis}(180^\circ) = 2a^3 \operatorname{cis}(180^\circ)$$

$$a = a^3$$

$$a^3 - a = a(a^2 - 1) = 0$$

$$a = 0$$

||c

$$a = \pm 1$$

0 -1 (P) QNN a (M)
 \Downarrow

$$a = 1 //$$

$$P = z_1^{6n+5}$$

PR n

P0 P1 B : 5.3

$$B = z_2 = 2a \operatorname{cis} 60^\circ = 2 \operatorname{cis} 60^\circ$$

PR ונראה P הוקרה (3N)

הכיון הלא יוצר S ל 60° ה

החילוקי ל ציר x

$$P = (2 \operatorname{cis} 300)^{6n+5} =$$

$$= 2^{6n+5} \cdot \operatorname{cis} (300(6n+5)) =$$

$$= 2^{6n+5} \cdot \operatorname{cis} (1800n + 1500)$$

$$= 2^{6n+5} \cdot \operatorname{cis} (60)$$

מכיון ש-1800 = 360 * 5 -> ארבעה מספרים

כפי ש-1500 + 1800n = 60 * 5 + 1800n

⇓

הנקודה P (מספר 5) היא 60 * 5 + 1800n

הנקודה B היא 300 * x

⇓

הנקודה B (מספר 5) היא 300 * x