

פתרונות שאלון 003

1. א. (1)

שטח הבסיסים:

$$S = x^2 + x^2 = 2x^2$$

(2)

שטח הפאות:

$$S = 4 \cdot (x \cdot 0.5) = 2x$$

ב.

 מחיר הבסיסים: $1.25 \cdot 32 = 40$ שקל למטר.

מחיר פאות: 32 שקל למטר.

מחיר כולל:

$$40 \cdot (2x^2) + 32 \cdot (2x) = 80x^2 + 64x = 16$$

$$80x^2 + 64x - 16 = 0 \quad /:16$$

$$5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{10} = \frac{-4 \pm 6}{10} \begin{cases} x_1 = -1 \quad \emptyset \\ x_2 = \frac{2}{10} = 0.2 \end{cases}$$

 תשובה: $x = 0.2$ מטר

$$M(10,0) ; R = 5$$

$$(x-10)^2 + (-4)^2 = 25$$

$$(x-10)^2 + 16 = 25$$

$$(x-10)^2 = 9 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x-10 = 3 \rightarrow x = 13$$

$$x-10 = -3 \rightarrow x = 7$$

$$AB: y = -4 \quad \text{נתון}$$

דרך נוספת :

$$(x-10)^2 + (-4)^2 = 25$$

$$(x-10)^2 + 16 = 25$$

$$x^2 - 20x + 100 + 16 - 25 = 0$$

$$x^2 - 20x + 91 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(1)(91)}}{2(1)} = \frac{20 \pm 6}{2} \begin{matrix} \nearrow x_1 = 13 \\ \searrow x_2 = 7 \end{matrix}$$

תשובה: $A(7, -4)$, $B(13, -4)$.

ב. (1)

$C(x, y)$, $M(10, 0)$, $B(13, -4)$

M היא נקודת האמצע של BC .

$$\frac{13+x}{2} = 10 \rightarrow 13+x = 20 \rightarrow x_c = 7$$

$$\frac{-4+y}{2} = 0 \rightarrow -4+y = 0 \rightarrow y_c = 4$$

$C(7, 4)$

תשובה: $C(7, 4)$

(2)

$$\triangle OMC: \quad OM = 10$$

$$h = y_c = 4$$

$$S_{\triangle OMC} = \frac{10 \cdot 4}{2} = \text{יח"ש } 20$$

$$\triangle OMA \quad OM = 10$$

$$h = |y_A| = |-4| = 4$$

$$S_{\triangle OMA} = \frac{10 \cdot 4}{2} = \text{יח"ש } 20$$

$$S_{OCMA} = 20 + 20 = \text{יח"ש } 40$$

תשובה: $S_{OCMA} = 40$ יח"ש

3.

$$y = \frac{x-2}{4} + \frac{a}{x}$$

א.

 נקודת השקה: $x = -2$

$$y'(-2) = \frac{-3}{4}$$

$$y' = \frac{1}{4} - \frac{a}{x^2}$$

$$y'(-2) = \frac{1}{4} - \frac{a}{(-2)^2} = -\frac{3}{4} \quad / \cdot (4)$$

$$1 - a = -3 \rightarrow -a = -4 \rightarrow a = 4$$

 תשובה: $a = 4$

ב.

$$y = \frac{x-2}{4} + \frac{4}{x}$$

 תחום הגדרה: $x \neq 0$

ג.

$$y' = 0$$

$$\frac{1}{4} - \frac{4}{x^2} = 0$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{x^2} / \cdot 4x^2$$

$$x^2 = 16$$

$$x_1 = 4 ; x_2 = -4$$

$$y_{x=4} = \frac{4-2}{4} + \frac{4}{4} = 1\frac{1}{2} \rightarrow \text{Min}\left(4, 1\frac{1}{2}\right)$$

$$y_{x=-4} = \frac{-4-2}{4} + \frac{4}{-4} = -\frac{6}{4} - 1 = -2\frac{1}{2} \rightarrow \text{Max}\left(-4, -2\frac{1}{2}\right)$$

x	-10	-4	-1	0	1	4	10
y'	+	0	-	□	-	0	+
y	↗	Max	↘	□	↘	Min	↗

$$y'(-10) = +$$

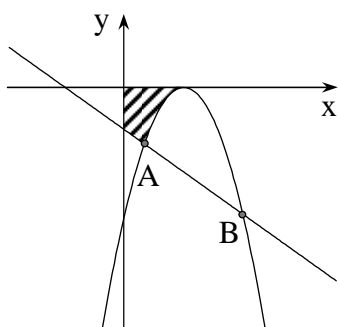
$$y'(-2) = -$$

$$y'(2) = -$$

$$y'(5) = +$$

 תשובה: תחומי עליה: $4 < x$ או $x < -4$; תחומי ירידה: $0 < x < 4$ או $-4 < x < 0$

א.



נגזור ונשווה לאפס.

$$y' = -2x + 6$$

$$0 = -2x + 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$y = -(3)^2 + 6(3) - 9$$

$$y = 0$$

$$\text{Max}(3, 0)$$

הערה: ניתן גם למצוא חיתוך עם ציר x ולקבוע מקסימום ומינימום לפי השרטוט.

תשובה: $\text{Max}(3, 0)$

ב.

למציאת קודקוד A. נשווה פונקציות.

$$-x^2 + 6x - 9 = -x - 3$$

$$-x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4(-1)(-6)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-7 \pm 5}{-2} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

עבור A מתאים $x = 1$.

$$S = \left| \int_0^1 (-x - 3) dx \right| + \left| \int_1^3 (-x^2 + 6x - 9) dx \right|$$

$$S_1 = \left| \int_0^1 (-x - 3) dx \right| = \left| \left[-\frac{x^2}{2} - 3x \right]_0^1 \right| = \left| \left[-\frac{(1)^2}{2} - 3(-1) \right] - 0 \right| = |-3.5| = 3.5$$

$$S_2 = \left| \int_1^3 (-x^2 + 6x - 9) dx \right| = \left| \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 - 9x \right]_1^3 \right| = \left| \left[-\frac{(3)^3}{3} + 3(3)^2 - 9(3) \right] - \left[-\frac{(1)^3}{3} + 3(1)^2 - 9(1) \right] \right| = \left| -2\frac{2}{3} \right| = 2\frac{2}{3}$$

$$S = S_1 + S_2 = 6\frac{1}{6}$$

תשובה: $S = 6\frac{1}{6}$

היא נקודה על הגרף. $(x, 3x-4)$

נמצא את המרחק :

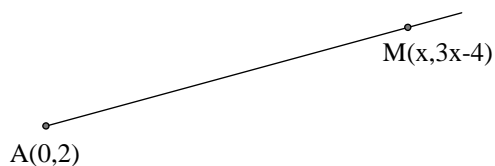
$$d^2 = (x-0) + (3x-4-2)^2$$

$$d^2 = x^2 + (3x-6)^2$$

$$d^2 = x^2 + 9x^2 - 36x + 36$$

$$d^2 = 10x^2 - 36x + 36$$

נגזור ונשווה לאפס :



$$d = \sqrt{10x^2 - 36x + 36}$$

$$f(x) = \sqrt{10x^2 - 36x + 36}$$

$$f'(x) = \frac{20x-36}{2\sqrt{10x^2-36x+36}} = 0$$

$$20x = 36$$

$$x = 1.8$$

$$y = 3 \cdot 1.8 - 4 = 1.4$$

x	1	1.8	3
y'	-	0	+
y	↘	Min	↗

נראה מינימום :

תשובה: $A(1.8, 1.4)$

$$\int_0^a x(x-2) dx$$

$$\int_0^a (x^2 - 2x) dx = \left. \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} \right|_0^a = \left[\frac{a^3}{3} - a^2 \right] - 0 = \frac{a^3}{3} - a^2$$

$$\frac{a^3}{3} - a^2 = 0 \quad /:3$$

$$a^3 - 3a^2 = 0$$

$$a^2(a-3) = 0$$

$$a = 0$$

$$a - 3 = 0$$

$$\emptyset$$

$$a = 3$$

נפתח סוגריים : $x(x-2) = x^2 - 2x$

נשווה לאפס.

משוואה ממעלה שלישית :
נפתור על ידי פירוק לגורמים :

תשובה : $a = 3$

תשובות שאלון 003

1. א. $2x^2$ (1)

ב. $2x$ (2)

ג. $x = 0.2$ מטר

2. א. $A(7, -4)$, $B(13, -4)$

ב. $C(7, 4)$ (1)

(2) $S_{OAMC} = 40$ יח"ש

3. א. $a = 4$

ב. $x \neq 0$

ג. $\text{Min}\left(4, 1\frac{1}{2}\right)$, $\text{Max}\left(-4, -2\frac{1}{2}\right)$

ד. תחומי עליה: $x < -4$, $4 < x$

תחומי ירידה: $-4 < x < 0$, $0 < x < 4$

4. א. $\text{Max}(3, 0)$

ב. $S = 6\frac{1}{6}$ יח"ש

5. $M(1.8, 1.4)$

6. $a = 3$